
O IMPACTO DO PROFESSOR NAS APRENDIZAGENS DO ALUNO

Estimativas para Portugal

Ana Balcão Reis
Carmo Seabra
Luís Catela Nunes
Pedro Carneiro
Pedro Freitas
Rodrigo Ferreira

EDULOG
FUNDAÇÃO BELMIRO DE AZEVEDO

O EDULOG é uma iniciativa da Fundação Belmiro de Azevedo que tem como objetivo contribuir para a construção de um sistema de educação de referência em Portugal. Na persecução da sua missão e da sua visão, apoia estudos de investigação na área da Educação e dinamiza encontros e conferências cientificamente fundamentados.

FICHA TÉCNICA

© EDULOG - Fundação Belmiro de Azevedo
www.edulog.pt

Título: O Impacto do Professor nas Aprendizagens do Aluno: Estimativas para Portugal
Junho de 2021

Autores

Ana Balcão Reis*
Carmo Seabra*
Luís Catela Nunes*
Pedro Carneiro**
Pedro Freitas*
Rodrigo Ferreira*

* Nova SBE, Universidade Nova de Lisboa

** University College London

Este estudo foi desenvolvido no âmbito do projeto de investigação *O Impacto do Professor nas Aprendizagens do Aluno: Estimativas para Portugal*, da Nova SBE, Universidade Nova de Lisboa. As opiniões expressas nesta publicação refletem o posicionamento dos seus autores e não vinculam necessariamente o EDULOG.

O IMPACTO DO PROFESSOR NAS APRENDIZAGENS DO ALUNO

Estimativas para Portugal

ÍNDICE

SUMÁRIO EXECUTIVO	7
1. Introdução	15
2. Revisão de Literatura e Metodologia	17
3. Estatísticas Descritivas (Alunos e Combinações de Professores)	23
3.1 Estatísticas Descritivas (Combinações de Professores)	24
3.2 Estatísticas Descritivas (Alunos)	25
3.3 Representatividade da Amostra	49
4. Estimação VAC e VAP	55
4.1 Estimação VAC e VAP (2º ciclo)	56
4.2 Estimação VAC e VAP (3º ciclo)	70
4.3 Estimação VAC e VAP (Ensino Secundário)	84
4.4 Estimação VAC e VAP (Análise de Robustez)	104
4.5 Relação entre os diversos níveis de VAP	104
4.6 Diferenças de VAP entre professores	114
4.6.1 2º ciclo	114
4.6.2 3º ciclo	118
4.6.3 Ensino Secundário	121
4.7 Variações de VAP e variações das notas dos alunos	125
5. Relação entre o VAP e as características dos professores (2º ciclo, 3º ciclo e Ensino Secundário)	127
5.1 Variáveis Descritivas dos professores (2º ciclo, 3º ciclo e Ensino Secundário)	127
5.2 Relação entre o VAP e as características dos professores	135
5.2.1 2º ciclo	135
5.2.2 3º ciclo	141
5.2.3 Ensino Secundário	147
6. Impactos de longo-prazo do Valor Acrescentado do Professor (2º ciclo, 3º ciclo e Ensino Secundário)	154
7. Conclusão	157
Referências Bibliográficas	161
Apêndices	163

SUMÁRIO EXECUTIVO

1. É um facto reconhecido por quantos trabalham e se interessam pela área da Educação que os professores têm um impacto muito relevante na aprendizagem dos alunos. Neste projeto quantifica-se, pela primeira vez em Portugal, este impacto.

2. Seguindo a literatura mais recente, a metodologia utilizada é a do Valor Acrescentado do Professor (VAP), entendido como a aprendizagem média dos alunos por ele ensinados. O VAP é medido pela evolução dos resultados dos alunos desse professor em provas/exames nacionais realizados antes e depois da exposição dos alunos a esse professor.

3. As estimativas do VAP capturam diferenças no impacto do professor nos resultados dos alunos. As diferenças estão expurgadas dos efeitos das características dos alunos, das escolas, e de diferenças no grau de dificuldade dos exames entre anos letivos.

4. O desenvolvimento de estudos com base nesta metodologia exige que se disponha de microdados sobre o sistema educativo: até agora apenas foi utilizada em alguns estados americanos e nalguns outros, poucos, países em que esse tipo de dados existe e está disponível. A disponibilização pela Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência (DGEEC) do Ministério da Educação e Ciência de bases de dados administrativos anonimizados para fins de investigação possibilitam agora a realização destes estudos para Portugal.

5. A estimação do VAP em Portugal é dificultada pelo facto de os exames/provas nacionais ocorrerem apenas nos finais de ciclo: de facto, no intervalo entre dois exames/provas, os alunos são muitas vezes expostos a mais do que um professor de uma mesma disciplina nos vários anos do ciclo de ensino. Esta circunstância exigiu o desenvolvimento de uma nova metodologia para obter os valores acrescentados dos professores.

6. Ao longo do seu percurso escolar, os alunos realizam vários exames/provas nacionais de Língua Portuguesa e de Matemática. Assim, avalia-se neste trabalho o impacto dos professores de Língua Portuguesa e de Matemática do 2º ciclo, do 3º ciclo e do ensino secundário, nos resultados dos seus alunos em exames/provas nacionais, bem como a variabilidade do valor acrescentado entre os professores.

7. As principais questões analisadas neste estudo são as seguintes:

- Será que o professor faz diferença nos resultados dos alunos?
- Existem diferenças de Valor Acrescentado do Professor (VAP) entre os professores?
- Em que anos de cada ciclo de ensino é que o VAP tem mais importância?

- Em termos de resultados dos alunos, será que ter um professor com um VAP baixo num ano pode ser compensado com um professor com um VAP alto noutro ano?
- Será que há vantagens em manter o mesmo professor ao longo do ciclo?
- Será que o VAP está relacionado com características do professor disponíveis nas bases de dados administrativas?
- Será que o impacto do professor nos resultados dos alunos durante um ciclo de ensino permanece nos resultados desses alunos nos ciclos de ensino seguintes?

8. A população de referência deste estudo consiste em todos os alunos do ensino público de Portugal Continental do 5º ao 12º anos e os respetivos professores das disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática nos anos letivos analisados.

9. Utilizámos dados da *MISI* – base de dados anonimizada da rede de escolas públicas (da DGEEC) – e ainda os resultados anonimizados das provas de aferição e exames nacionais dos 4º, 6º, 9º e 12º anos de escolaridade a Língua Portuguesa e Matemática (do *Júri Nacional de Exames*) para os anos letivos de 2007/2008 a 2017/2018. A base de dados resultante destas fontes e que foi utilizada ao longo deste projeto conta com mais de 1 milhão e 700 mil observações de alunos e cerca de 42 mil professores de Língua Portuguesa e de Matemática.

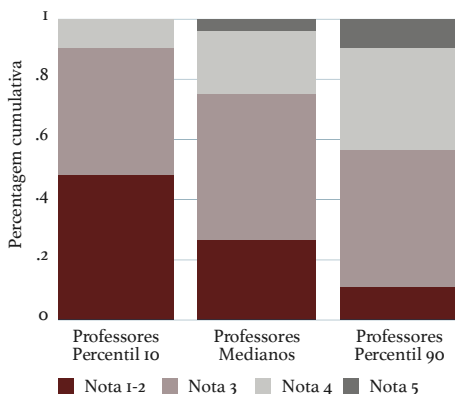
10. As principais conclusões do estudo podem ser sumariadas nos seguintes pontos:

- Os principais resultados e as conclusões obtidas para os três ciclos de ensino estudados – 2º ciclo, 3º ciclo e ensino secundário – revelaram-se muito semelhantes em termos qualitativos.
- Confirma-se a importância, entre outras variáveis, do sexo, do nível de rendimento, da nacionalidade e da formação académica dos pais (principalmente da mãe) nos resultados dos alunos.
- É possível obter estimativas de Valor Acrescentado dos Professores mesmo quando existem exames/provas nacionais apenas no início e no final de um ciclo de ensino.
- A “continuidade pedagógica” (manter o mesmo professor nos vários anos do mesmo ciclo de ensino) não tem impacto nos resultados dos alunos.

- Os professores são relevantes para o desempenho escolar do aluno, e existe uma heterogeneidade significativa em termos de impacto nos resultados dos alunos.

Por exemplo: no 3º ciclo, em Língua Portuguesa, se todos os professores passassem do percentil 10 para o percentil 90, isso faria com que a percentagem de alunos com nota negativa passasse de 48% para 10%. E a percentagem de alunos com a nota máxima de 5 valores passaria de 0% para 9%.

Alteração da distribuição das notas Língua Portuguesa (3º ciclo)



- Para um aluno obter uma nota positiva no exame, é mais importante o contributo do professor do final de ciclo, ou seja, o professor que está mais próximo do exame/prova de final de ciclo. Para um aluno obter uma nota mais elevada, o contributo dos professores nos diferentes anos torna-se mais equilibrado.

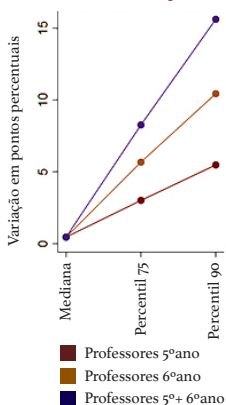
Por exemplo: no 2º ciclo, em Matemática, considerando o caso de um aluno com professores com valor acrescentado mediano nos 5º e 6º anos, calculámos o impacto de substituir um destes professores por outro com um valor acrescentado no percentil 90, ou seja, por um professor no top 10%.

- A probabilidade de um aluno obter uma nota positiva aumenta 10 pontos percentuais caso seja substituído o professor do 6º ano. Mas aumenta apenas 5 pontos percentuais caso seja substituído o professor do 5º ano.

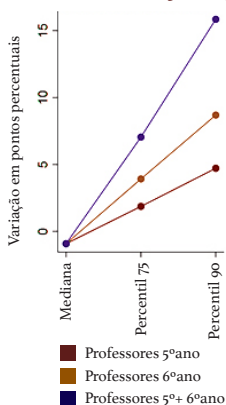
- A probabilidade de um aluno obter uma nota superior a 4 valores aumenta 3,4 pontos percentuais caso seja substituído o professor do 6º ano. E aumenta de 2,7 pontos percentuais caso seja substituído o professor do 5º ano.

Matemática (2º ciclo)

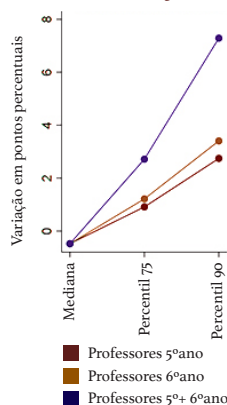
Impacto Variação do TVA
Probabilidade nota superior a 2



Impacto Variação do TVA
Probabilidade nota superior a 3

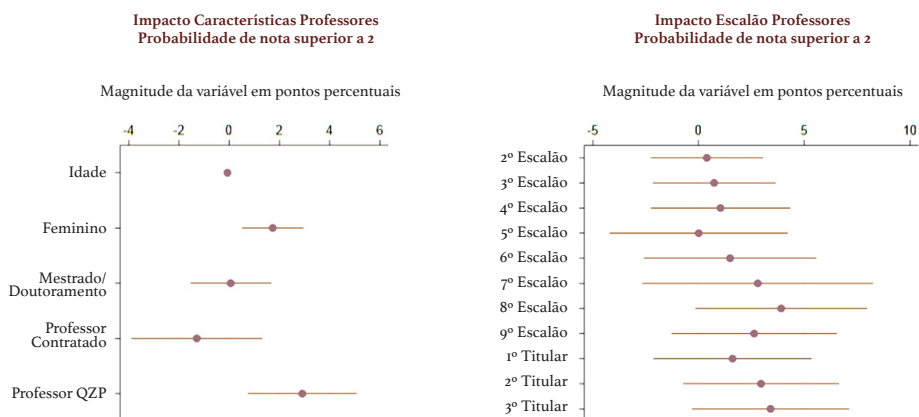


Impacto Variação do TVA
Probabilidade nota superior a 4



- Para um aluno ter uma nota positiva, o impacto de um professor abaixo da média num dos anos pode ser compensado por um professor acima da média noutro ano.
- Mas para um aluno ter uma nota elevada, o impacto de um professor abaixo da média num dos anos é dificilmente compensado por um professor acima da média noutro ano.
- Os professores que têm maior impacto no aumento da probabilidade de um aluno ter uma nota positiva (ex. superior a 2 valores no 2º ciclo) não têm necessariamente maior impacto no aumento da probabilidade de um aluno ter uma nota elevada (ex. 4 ou 5 valores no 2º ciclo).
- As características dos professores disponíveis nas bases administrativas, como a antiguidade, posição na carreira, formação e tipo de contrato, não estão correlacionadas de forma sistemática com os valores acrescentados dos professores. *Por exemplo: quando se considera a probabilidade de um aluno do 2º ciclo ter uma nota positiva no exame de Matemática, estas características têm um impacto muito reduzido ou praticamente nulo.*

Matemática (2º ciclo)



- O impacto do professor nos resultados dos alunos num ciclo de ensino dilui-se fortemente nos resultados dos alunos nos ciclos de ensino seguintes.

II. Os resultados e conclusões deste estudo são relevantes para o debate acerca da importância do professor no sistema de ensino e das políticas de recrutamento e alocação de professores. Nomeadamente, os resultados apontam para que os fatores normalmente tidos em conta para a alocação dos professores às escolas poderão não ser aqueles que melhor sinalizam qual o contributo de cada professor para a aprendizagem dos alunos. Os resultados também permitem concluir que os professores têm diferentes impactos sobre a probabilidade de um aluno atingir diferentes notas, o que pode ter implicações relevantes na alocação dos professores às diversas turmas numa escola.

Notas Adicionais

Este projeto, *O Impacto do Professor nas Aprendizagens do Aluno: Estimativas para Portugal*, foi financiado pelo EDULOG – Think Tank de Educação da Fundação Belmiro de Azevedo.

O projeto foi desenvolvido na Nova SBE da Universidade Nova de Lisboa e contou também com o suporte da infraestrutura de investigação Social Sciences DataLab.

A **equipa de investigadores** deste projeto foi a seguinte:

- Ana Balcão Reis*
- Carmo Seabra*
- Luís Catela Nunes*
- Pedro Carneiro**
- Pedro Freitas*
- Rodrigo Ferreira*

* Nova SBE, Universidade Nova de Lisboa

** University College London

Resultados preliminares deste projeto foram apresentados nas seguintes conferências científicas:

- ASSET Meeting – Atenas, Grécia – outubro 2019,
- Meeting of the European Society of Population Economics – Bath, Reino Unido – junho 2019
- LEER Conference on Economics of Education 2019 – Leuven, Bélgica – março 2019
- Economics of Education Summer School, University of Barcelona – Barcelona, Espanha – julho 2017
- XXVI Meeting of the Economics of Education Association – Murcia, Espanha – junho 2017
- Fourth Lisbon Research Workshop on Economics, Statistics and Econometrics of Education – Lisboa, Portugal – janeiro 2017
- X Meeting of the Portuguese Economic Journal – Coimbra, Portugal – junho 2016

Os resultados do projeto irão ser submetidos na forma de artigos científicos para publicação em revistas internacionais da especialidade.

Agradecimentos

Agradecemos a Diogo Pereira, enquanto bolseiro na Nova SBE, pelo seu apoio na parte computacional e na construção das bases de dados.

Agradecemos à Direção-Geral de Estatísticas da Educação e Ciência (DGEEC) pela disponibilização das bases de dados anonimizadas utilizadas neste estudo.

Agradecemos ao EDULOG, aos seus colaboradores e aos membros do seu Conselho Consultivo, por todo o apoio e confiança no projeto.

Finalmente, deixamos o agradecimento póstumo ao Eng. Belmiro de Azevedo que, com a sua aposta no conhecimento e ação sobre a educação em Portugal, lançou a primeira pedra para a construção deste estudo.

I. INTRODUÇÃO

Neste relatório apresentamos os resultados do projeto: *O Impacto do Professor nas Aprendizagens do Aluno: Estimativas para Portugal*, financiado pelo EDULOG - Think Tank de Educação da Fundação Belmiro de Azevedo. O projeto foi desenvolvido na Nova SBE da Universidade Nova de Lisboa e contou também com o suporte da infraestrutura de investigação Social Sciences DataLab.

Este projeto quantifica, pela primeira vez em Portugal, o impacto do professor na aprendizagem dos alunos. Até agora, apenas nalguns estados dos EUA e nalguns outros países em que é possível utilizar microdados de alunos e professores, tem sido possível desenvolver estes estudos. A disponibilização pela DGEEC de bases de dados administrativos anonimizadas para fins de investigação em Portugal possibilitam agora a realização destes mesmos estudos para Portugal.

Para a realização deste estudo foi essencial a disponibilização pela DGEEC das seguintes bases de dados anonimizadas para os anos letivos de 2007/2008 até 2017/2018:

- Base de dados da rede de escolas públicas (MISI - DGEEC) com informação sobre alunos e respetivos professores, incluindo diversas variáveis de caracterização;
- Resultados das provas de aferição, provas finais e exames nacionais dos 4º, 6º, 9º e 12º anos de escolaridade a Língua Portuguesa e Matemática (Júri Nacional de Exames).

No entanto, os anos letivos efetivamente utilizados na análise de cada ciclo de ensino dependeram dos anos em que se realizaram provas/exames nacionais em Portugal. A nossa base de dados conta com:

- Mais de 1,7 milhões de observações relativas a alunos no sistema público de ensino em Portugal Continental;
- Mais de 42 mil professores.

Seguindo a literatura mais recente, a metodologia utilizada é a do **valor acrescentado (VA)**. O VA de um professor corresponde à aprendizagem média dos alunos por ele ensinados, medida pela evolução dos seus resultados em provas universais e comparáveis realizadas antes e depois da exposição dos alunos a esse professor. Em Portugal os exames/provas nacionais só ocorrem nos finais de ciclo. Por isso desenvolvemos uma nova metodologia para obter os VA dos professores que ensinam nos vários anos de cada ciclo de estudos.

A metodologia é utilizada para calcular o Valor Acrescentado do Professor (VAP):

- Nas disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática
- Nos seguintes ciclos de ensino:
 - 2º ciclo (5º e 6º anos)
 - 3º ciclo (7º, 8º e 9º anos)
 - Ensino secundário (10º, 11º e 12º anos)

Os nossos resultados permitem responder a diversas questões, como sejam:

- Será que o professor faz diferença nos resultados dos alunos?
- Existem diferenças de Valor Acrescentado do Professor (VAP) entre os professores?
- Em que anos de cada ciclo de ensino é que o VAP tem mais importância?
- Em termos de resultados dos alunos, será que ter um professor com um VAP baixo num ano pode ser compensado com um professor com um VAP alto noutra ano?
- Será que tem vantagens manter o mesmo professor ao longo do ciclo?
- Será que o VAP está relacionado com características do professor disponíveis na base de dados administrativa?
- Será que o impacto do professor nos resultados dos alunos durante um ciclo de ensino permanece nos resultados desses alunos nos ciclos de ensino seguintes?

De seguida, o relatório irá abordar os seguintes temas:

- Revisão da literatura
- Descrição da metodologia
- Descrição das características dos alunos e do número de professores
- Resultados do Valor Acrescentado do Professor por ciclo de ensino
- Relação entre o Valor Acrescentado dos Professores e as suas características
- Impacto de longo prazo do Valor Acrescentado do Professor

O relatório termina com uma conclusão que resume os principais resultados obtidos e retira implicações para a política educativa.

2. REVISÃO DA LITERATURA E METODOLOGIA

A medição do impacto do professor nas aprendizagens dos alunos tem sido o foco de variados estudos na área da economia da educação.

O contributo do professor para os resultados dos alunos é frequentemente aferido através de um conceito denominado **Valor Acrescentado do Professor (VAP)**, que mede a contribuição de cada professor para o progresso dos alunos, medido pela evolução dos resultados entre uma prova universal e comparável no início do ano letivo e uma prova universal e comparável no final do mesmo ano letivo (Kane & Staiger, 2008; Rothstein, 2010; Chetty et.al, 2014a, Chetty et.al 2014b).

Este contributo do professor deve ser filtrado de todos os outros possíveis fatores que de forma sistemática influenciam os resultados dos alunos, tais como as suas condições socioeconómicas ou características da escola que frequentam. Diversas abordagens tentaram relacionar características observáveis dos docentes com o seu contributo para os resultados dos alunos, concluindo que apenas a experiência nos primeiros anos de carreira tem algum impacto, que, no entanto, se esbate após 3/5 anos (Hanusheck & Rivkin, 2006; Goldhaber & Theobald, 2011).

No presente estudo, seguimos a abordagem que considera que se dispusermos de uma base de dados suficientemente abrangente de informações sociodemográficas dos alunos e de uma prova inicial e comparável entre alunos, então as medidas de Valor Acrescentado dos Professores (VAPs) serão métricas rigorosas e não enviesadas da contribuição do professor para a aprendizagem dos alunos.

Transpor esta metodologia para a realidade portuguesa acarreta diversas dificuldades que o presente estudo procurou ultrapassar por forma a conseguir estimar um Valor Acrescentado do Professor (VAP) para os diversos professores presentes nas bases de dados anonimizadas disponíveis entre o 5º e o 12º ano para os anos letivos de 2007/2008 até 2017/2018.

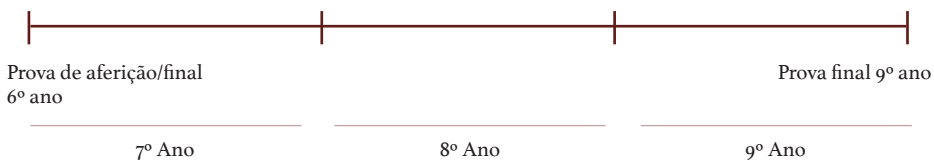
Para os anos letivos abrangidos não existem provas universais e comparáveis em todos os anos de ensino, mas apenas no final dos ciclos de ensino, quer sob a forma de provas de aferição, de provas finais ou de exames nacionais. Desta forma, e se apenas replicássemos as metodologias anteriormente utilizadas na literatura, não seria possível estimar o Valor Acrescentado do Professor (VAP), mas apenas o Valor Acrescentado da Combinação de Professores (VAC) que lecionaram uma turma de alunos durante um certo ciclo de ensino.

Um dos principais contributos deste projeto consiste precisamente no desenvolvimento de uma nova metodologia que permita a estimação dos Valores Acrescentados do Professor (VAP) a partir dos Valores Acrescentados das Combinações de Professores (VAC). Para tal, é necessário identificar uma prova universal e comparável à entrada do ciclo de ensino e outra à saída.

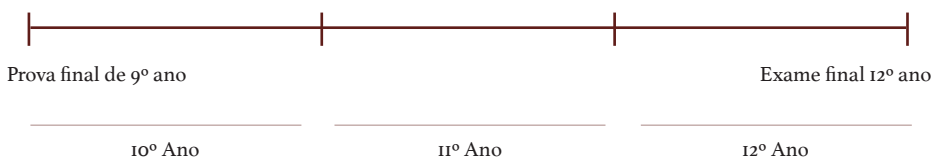
Ilustramos abaixo de forma esquemática para o 2º ciclo, 3º ciclo e secundário, as provas que foram tomadas como referência para o cálculo do VAP e do VAC:



Como ilustrado acima, no 2º ciclo, a combinação de professores corresponde **ao conjunto de professores no 5º e 6º anos**, sejam estes professores sempre o mesmo ou diferentes nesses dois anos.



Como ilustrado acima, no 3º ciclo, a combinação de professores corresponde **ao conjunto de professores no 7º, 8º e 9º anos**, sejam estes professores sempre o mesmo ou diferentes nesses três anos.



Como ilustrado acima, no secundário, a combinação de professores corresponde **ao conjunto de professores no 10º, 11º e 12º anos**, sejam estes professores sempre o mesmo ou diferentes nesses três anos.

O Valor Acrescentado do Professor (VAP) é estimado separadamente para cada ciclo de ensino e também de forma separada para Língua Portuguesa e para Matemática. Num primeiro passo é estimado o **Valor Acrescentado da Combinação de Professores (VAC)** que os alunos têm ao longo do ciclo de ensino.

Abaixo apresentamos a **regressão linear** usada para estimar o VAC, em que os índices indicam o aluno i , da combinação de professores c , na escola s , e no ano t :

$$Y_{F\ i,c,s,t} = X_{i,c,s,t}\beta + Z_{s,t}\eta + Y_{B\ i,c,s,t}\gamma + \pi_t + \mu_c + \varepsilon_{i,c,s,t} \quad (1)$$

- $Y_{F\ i,c,s,t}$ e $Y_{B\ i,c,s,t}$ correspondem, respetivamente, aos resultados dos alunos **em provas universais e comparáveis** (provas de aferição/exames finais) no final do ciclo (F de final) e no início do ciclo (B de baseline). Para os resultados iniciais do ciclo usamos os resultados finais do ciclo anterior.
- $X_{i,c,s,t}$ corresponde a um conjunto de **características do aluno**.
- $Z_{s,t}$ corresponde às **mesmas características mas agregadas ao nível de escola**.
- O efeito fixo π_t absorve os **efeitos que afectam especificamente cada corte de alunos** (ex: diferenças na dificuldade da prova do exame de ano para ano).
- Os efeitos fixos μ_c correspondem ao VAC de **cada uma das combinações de professores c que existem**.

A escala da classificação das provas finais/exames nacionais no final de cada ciclo é diferente:

- Nos **4º e 6º anos**, a informação disponível reporta as notas apenas na **escala discreta de 1 a 5**;
- No **9º ano**, as notas encontram-se reportadas numa escala de **0 a 100**;
- No **12º ano**, as notas encontram-se reportadas numa escala de **0 a 200**.

Por forma a permitir a comparabilidade dos resultados, foram realizadas as seguintes mudanças de escala:

9º ano:

- Nota 1-2: classificação inferior a 50 pontos
- Nota 3: entre 50 e 69 pontos
- Nota 4: entre 70 e 89 pontos
- Nota 5: superior ou igual a 90 pontos.

12º ano:

- Nota 1-2: classificação inferior a 100 pontos
- Nota 3: entre 100 e 138 pontos
- Nota 4: entre 139 e 178 pontos
- Nota 5: superior ou igual a 179 pontos.

Considerámos ainda para a estimação dos VACs e VAPs três dimensões de análise:

- i) probabilidade dos alunos terem uma nota positiva, ou seja, superior a 2;
- ii) probabilidade dos alunos terem uma nota superior a 3;
- iii) probabilidade dos alunos terem uma nota superior a 4.

Nestes casos, a regressão linear toma a forma de um Modelo de Probabilidade Linear. Esta análise é possível após a transformação das escalas das classificações mencionada anteriormente. Desta forma, permitimos que um professor possa ter valores diferentes no VAP, um para cada dimensão. Por exemplo, um professor pode ter um valor mais elevado do VAP referente à probabilidade dos alunos terem nota positiva mas um valor mais reduzido do VAP referente à probabilidade dos alunos terem uma nota superior a 3. Outra vantagem desta abordagem é permitir comparar os resultados obtidos para os vários ciclos de estudo.

Num segundo passo estimamos o Valor Acrescentado de cada Professor (VAP) a partir dos valores estimados para os VAC. Para tal, utilizamos o facto de um dado professor poder estar presente em diferentes combinações de professores. Assumimos ainda que o VAC, para cada combinação de professores, depende do VAP de cada um dos professores nessa combinação. Essa relação é capturada através duma certa função $f(\dots)$.

Tomemos o caso do 2º ciclo, quando os alunos são expostos a professores no 5º e 6º anos:

$$\begin{cases} f(VAP_1, VAP_1) = VAC_1 \\ f(VAP_1, VAP_2) = VAC_2 \\ f(VAP_2, VAP_2) = VAC_3 \\ f(VAP_2, VAP_3) = VAC_4 \\ \dots \end{cases} \quad (2)$$

Neste exemplo, três professores diferentes (professores 1, 2 e 3 com VAP dados por VAP_1 , VAP_2 e VAP_3) distribuem-se por quatro combinações diferentes. As combinações 1 e 3 são constituídas pelo mesmo professor nos 5º e 6º anos; as combinações 2 e 4 são constituídas por dois professores diferentes nos 5º e 6º anos.

No caso do 3º ciclo e do ensino secundário, os alunos podem ser expostos a três professores diferentes como no seguinte exemplo:

$$\begin{cases} f(VAP_1, VAP_1, VAP_1) = VAC_1 \\ f(VAP_1, VAP_2, VAP_2) = VAC_2 \\ f(VAP_2, VAP_2, VAP_2) = VAC_3 \\ f(VAP_2, VAP_1, VAP_3) = VAC_4 \\ \dots \end{cases} \quad (3)$$

Neste exemplo, os três professores diferentes distribuem-se por quatro combinações. As combinações 1 e 3 são constituídas pelo mesmo professor; as combinações 2 e 4 são constituídas por mais do que um professor.

É esta heterogeneidade na distribuição dos professores pelas várias combinações que nos permite a identificação do Valor Acrescentado do Professor (VAP) a partir do Valor Acrescentado da Combinação de Professores (VAC).

Ao longo do ciclo de ensino, a forma como o valor acrescentado dos professores (VAP) se agrega no valor acrescentado da combinação (VAC) é à partida desconhecida. A nossa metodologia pretendeu assegurar a maior liberdade possível na relação entre os VAP nos diferentes anos de ensino. Para tal, a função $f(\dots)$ em (2) e (3) foi definida como uma função de elasticidade de substituição constante. Esta função formaliza e permite estimar:

- o peso relativo do VAP em cada um dos anos do ciclo de ensino;
- a possibilidade de professores com diferentes VAP se compensarem uns aos outros;
- o impacto da mudança de professor de um ano letivo para o seguinte.

A forma funcional de $f(\dots)$ em (2), para o 2º ciclo, é dada por:

$$[a(VAP_5)^\rho + b(VAP_6)^\rho]^{\frac{1}{\rho}} + penalidade_{56} = \mu_c \quad (4)$$

$$0 \leq a \leq 1; 0 \leq b \leq 1$$

$$a + b = 1$$

$$penalidade_{56}=0 \text{ se } VAP_5 = VAP_6$$

$$\rho \leq 1$$

Na função $f(\dots)$ em (4), para o 2º ciclo, o significado dos parâmetros é o seguinte:

- VAP_5 e VAP_6 exprimem o Valor Acrescentado do Professor no 5º e 6º ano, respetivamente;
- a , b medem o peso relativo dos professores do 5º e 6º ano, respetivamente; estes dois pesos estão compreendidos entre 0 e 1 e a sua soma tem que ser igual a 1.
- O parâmetro ρ mede a elasticidade de substituição entre o VAP no 5º ano e o VAP no 6º ano.

- Para compreender a leitura deste parâmetro, consideremos, por exemplo, um aluno que tem um professor com um VAP baixo no 5º ano e um outro professor com um VAP alto no 6º ano:

- à medida que $\rho \rightarrow -\infty$, o impacto do VAP_5 do professor do 5º (o baixo) prevalece;

- à medida que $\rho \rightarrow 1$, o impacto do VAP_5 do professor do 5º ano (o baixo) pode ser compensado pelo impacto positivo do VAP_6 do professor do 6º ano;

- A $penalidade_{56}$ mede o impacto de existir uma mudança de professor entre o 5º e o 6º ano.

Para o 3º ciclo, a função f é dada por:

$$[a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1}{\rho}} + penalidade_{78} + penalidade_{89} = \mu_c \quad (5)$$

$$0 \leq a \leq 1; 0 \leq b \leq 1; 0 \leq c \leq 1$$

$$a + b + c = 1$$

$$penalidade_{78}=0 \text{ se } VAP_7 = VAP_8$$

$$penalidade_{89}=0 \text{ se } VAP_8 = VAP_9$$

$$\rho \leq 1$$

No 3º ciclo, a função $f(\dots)$ conta com os seguintes parâmetros:

- O Valor Acrescentado do Professor no 7º, 8º e 9º ano, VAP_7 , VAP_8 e VAP_9 , respetivamente;
- Os pesos dos professores nos 7º, 8º e 9º ano são dados por a , b e c , respetivamente. Estes pesos estão compreendidos entre 0 e 1 e a sua soma tem que ser igual a 1.

• O parâmetro ρ mede a elasticidade de substituição entre o VAP dos professores do 7º, 8º e 9º anos.

• Para compreender a leitura deste parâmetro, consideremos, por exemplo, um aluno que tem um professor com um VAP baixo no 7º ano e um outro professor com um VAP alto no 8º e 9º ano:

- à medida que $\rho \rightarrow -\infty$, o VAP_7 do professor do 7º (o baixo) prevalece;
- à medida que $\rho \rightarrow 1$, o VAP_7 do professor do 7º ano (o baixo) pode ser compensado pelo impacto positivo de VAP_8 e VAP_9 ;

• *penalidade₇₈* mede o impacto de existir uma mudança de professor entre o 7º e o 8º ano; *penalidade₈₉* mede o impacto de existir uma mudança de professor entre o 8º e o 9º ano.

Finalmente, para o ensino secundário, a função $f(\dots)$ é dada por:

$$[a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho]^{\frac{1}{\rho}} + \textit{penalidade}_{1011} + \textit{penalidade}_{1112} = \mu c \quad (6)$$

$$0 \leq a \leq 1; 0 \leq b \leq 1; 0 \leq c \leq 1$$

$$a + b + c = 1$$

$$\textit{penalidade}_{1011} = 0 \text{ se } VAP_{10} = VAP_{11}$$

$$\textit{penalidade}_{1112} = 0 \text{ se } VAP_{11} = VAP_{12}$$

$$\rho \leq 1$$

No secundário a função $f(\dots)$ conta com os seguintes parâmetros:

• O Valor Acrescentado dos Professores no 10º, 11º e 12º ano, VAP_{10} , VAP_{11} e VAP_{12} respetivamente;

• O peso dos professores do 10º, 11º e 12º ano são dados por a , b e c , respetivamente. Estes pesos estão compreendidos entre 0 e 1 e a sua soma tem que ser igual a 1.

• O parâmetro ρ mede a elasticidade de substituição entre os professores do 10º, 11º e 12º ano.

• Para compreender a leitura deste parâmetro, consideremos, por exemplo, um aluno que tem um professor com um VAP baixo no 10º ano e um outro professor com um VAP alto no 11º e 12º ano:

- à medida que $\rho \rightarrow -\infty$, então o VAP_{10} do professor do 10º (o baixo) prevalece;
- à medida que $\rho \rightarrow 1$, o VAP_{10} do professor do 10º ano (o baixo) pode ser compensado pelo impacto positivo de VAP_{11} e VAP_{12} ;

• *penalidade₁₀₁₁* mede o impacto de existir uma mudança de professor entre o 10º e o 11º ano; *penalidade₁₁₁₂* mede o impacto de existir uma mudança de professor entre o 11º e o 12º ano.

A estimação dos diferentes parâmetros das funções $f(\dots)$ é feita através do Método de Distância Mínima. Cada combinação de professores é tomada como um momento estatístico e o conjunto dos momentos é usado no problema de distância mínima. No Apêndice 1 detalham-se os aspectos técnicos da estimação.

3. ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS (ALUNOS E COMBINAÇÕES DE PROFESSORES)

Reportamos a seguir diversas estatísticas descritivas relativas a **i) alunos; ii) combinações de professores.**

- **Alunos:** i) Dados sociodemográficos; ii) Notas nas provas de aferição/exames no final do 4º, 6º, 9º e 12º anos.
- **Combinações de professores:** i) Número de combinações; ii) Distribuição de professores e alunos pelas combinações.

Relembramos que é a heterogeneidade das diferentes combinações de professores num ciclo de ensino que permite a identificação do Valor Acrescentado do Professor (VAP) a partir do Valor Acrescentado da Combinação de Professores (VAC). As estatísticas descritivas sobre as características dos professores são apresentadas mais à frente na secção dedicada ao estudo da sua relação com o VAP.

Os dados usados neste projeto resultam do cruzamento de duas bases de dados:

- *MISI*: base de dados longitudinal que segue os alunos ao longo do seu percurso escolar e na qual é compilado um conjunto de informações sociodemográficas assim como as turmas e disciplinas que frequentaram;
- *Júri Nacional de Exames*: base de dados que regista as *classificações dos alunos nas diferentes provas organizadas centralmente pelo Ministério da Educação*.

Os dados abrangem o período que medeia entre o ano letivo de **2007/2008** e o **ano letivo de 2017/2018**. Focamo-nos nas disciplinas de **Língua Portuguesa e Matemática**, uma vez que são aquelas que são consistentemente cobertas por provas universais e comparáveis organizadas pelo Ministério da Educação.

A população de referência deste estudo consiste em todos os alunos do ensino público de Portugal Continental do 5º ao 12º ano e os respetivos professores nas disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática nos anos letivos analisados.

O método de estimação proposto obriga à identificação da combinação de professores e dos professores que a compõem. Construímos combinações de professores de Língua Portuguesa e combinações de professores de Matemática. É relevante definirmos o que é uma combinação de professores na nossa análise:

Combinação de Professores: conjunto de professores de Língua Portuguesa ou de Matemática que ensinou grupos de mais de 10 alunos não repetentes, que tiveram apenas um professor por ano de ensino, observados ao longo de um ciclo de ensino inteiro.

A imposição de um limite mínimo de 10 alunos por combinação pretende garantir que estas têm um número de alunos suficiente para que o Valor Acrescentado da Combinação de Professores e consequentemente o Valor Acrescentado do Professor sejam identificados com precisão.

3.1 Estatísticas descritivas (Combinações de Professores)

2º Ciclo do Ensino Básico		
	Matemática	Língua Portuguesa
Nº de combinações	13.194	13.336
Nº de professores	7.894	8.868
Nº médio de combinações por professor	2,72	2,46
Desvio padrão do número de combinações por professor	1,79	1,71
	Matemática	Língua Portuguesa
% combinações que não muda de professor do 5º para o 6º ano	36,94%	36,08%
% combinações que muda de professor do 5º para o 6º ano	63,06%	63,92%

3º Ciclo do Ensino Básico		
	Matemática	Língua Portuguesa
Nº de combinações	13.258	13.016
Nº de professores	7.684	8.516
Nº médio de combinações por professor	3,5	3,03
Desvio Padrão do número de combinações por professor	2,58	2,33

3º Ciclo do Ensino Básico, Matemática		
	% combinações que não muda de professor do 8º para o 9º ano	% combinações que muda de professor do 8º para o 9º ano
% combinações que não muda de professor do 7º para o 8º ano	24,77%	20,58%
% combinações que muda de professor do 7º para o 8º ano	24,07%	30,59%

3º Ciclo do Ensino Básico, Língua Portuguesa		
	% combinações que não muda de professor do 8º para o 9º ano	% combinações que muda de professor do 8º para o 9º ano
% combinações que não muda de professor do 7º para o 8º ano	27,69%	18,84%
% combinações que muda de professor do 7º para o 8º ano	24,28%	29,19%

Ensino Secundário		
	Matemática	Língua Portuguesa
Nº de combinações	5,576	7,921
Nº de professores	3,848	5,266
Nº médio de combinações por professor	2,69	2,84
Desvio Padrão, número de combinações por professor	2,11	2,46
Ensino Secundário, Matemática		
	% combinações que não muda de professor do 11º para o 12º ano	% combinações que muda de professor do 11º para o 12º ano
% combinações que não muda de professor do 10º para o 11º ano	31,56%	28,56%
% combinações que muda de professor do 10º para o 11º ano	17,64%	22,24%
Ensino Secundário, Língua Portuguesa		
	% combinações que não muda de professor do 11º para o 12º ano	% combinações que muda de professor do 11º para o 12º ano
% combinações que não muda de professor do 10º para o 11º ano	39,03%	28,92%
% combinações que muda de professor do 10º para o 11º ano	15,39%	16,66%

3.2 Estatísticas descritivas (Alunos)

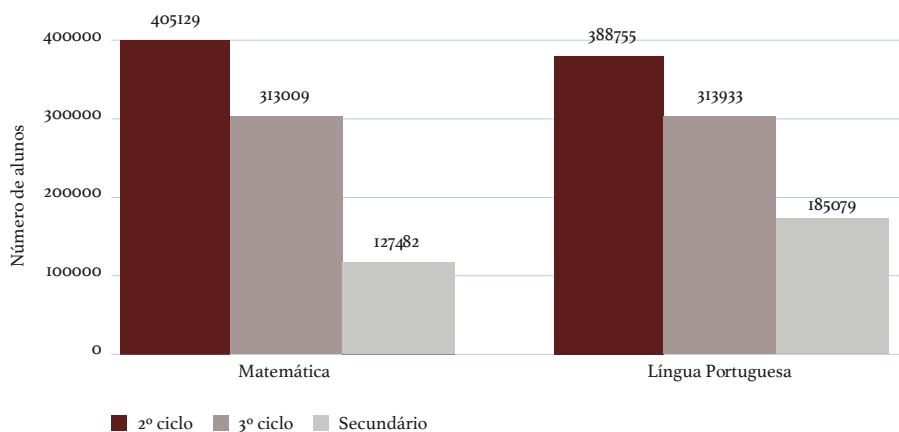
No 2º ciclo observamos alunos que iniciaram o 5º ano entre o ano letivo de 2007/2008 e o ano letivo de 2013/2014 e que finalizaram o ciclo entre os anos letivos de 2008/2009 e 2014/2015. Não incluímos nenhum aluno nos anos letivos posteriores uma vez que deixou de existir uma prova universal e comparável no final do 6º ano depois deste período.

No 3º ciclo observamos alunos que iniciaram o 7º ano entre o ano letivo de 2007/2008 e o ano letivo de 2014/2015, e que finalizaram o ciclo entre os anos letivos de 2009/2010 e 2016/2017. Não é possível seguir outros alunos posteriormente uma vez que a partir de 2015 não se realizaram provas universais e comparáveis no 6º ano que sirvam como métrica inicial sobre o aluno à entrada no 3º ciclo.

No **ensino secundário**, uma vez que existiram sempre provas comparáveis tanto no 9º como no 12º ano, é possível cobrir um período temporal mais alargado: observamos alunos, dos cursos científico-humanísticos, que iniciaram o 10º ano entre o ano letivo de 2007/2008 e o ano letivo 2015/2016 e que finalizaram o 12º ano entre os anos letivos de 2010/2011 e 2017/2018.

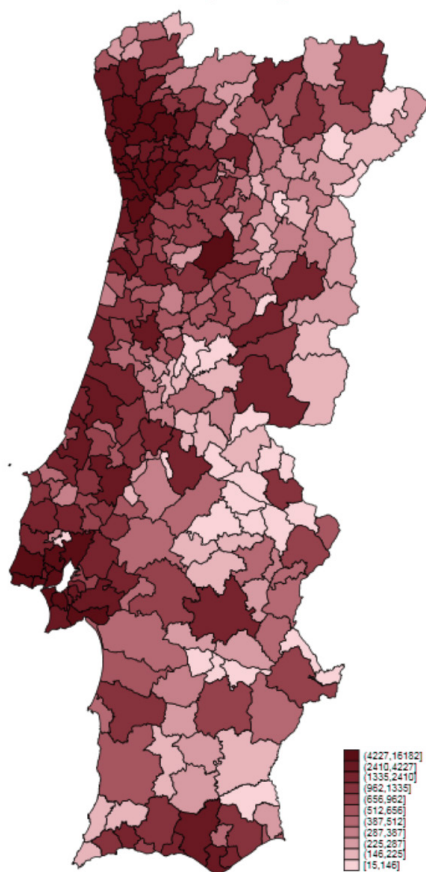
No total de Língua Portuguesa e Matemática são analisadas mais de 1 700 000 observações. Em particular no ensino secundário, há uma maior preponderância de observações em Língua Portuguesa.

Número de alunos - Língua Portuguesa e Matemática

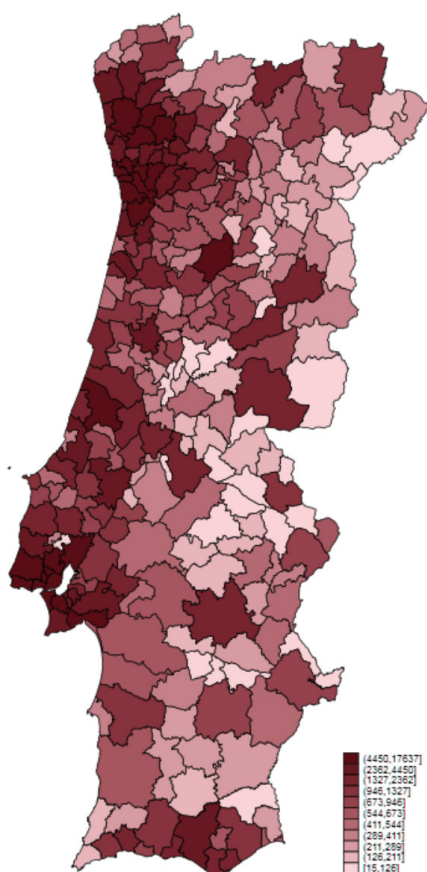


Os dois mapas ilustram a distribuição dos alunos observados no 5º e 6º ano entre 2007/2008 e 2013/2014. Como expectável é em torno das zonas urbanas que se encontra uma maior concentração das observações – os distritos de Lisboa e Porto concentram 38% dos alunos.

Número de alunos por concelho
2º ciclo
Língua Portuguesa

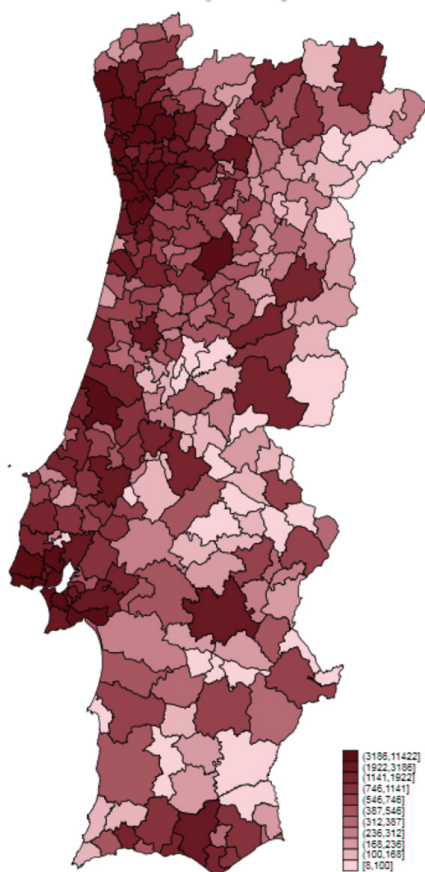


Número de alunos por concelho
2º ciclo
Matemática

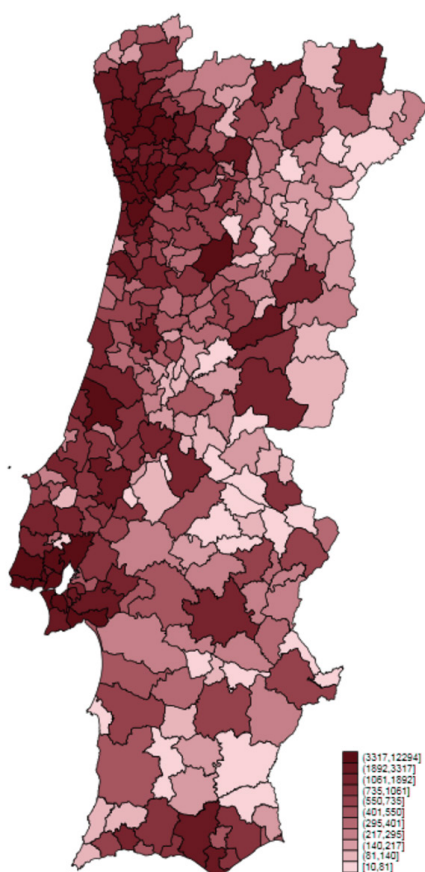


Estes dois mapas ilustram a distribuição dos alunos observados no 7.º, 8.º e 9.º ano entre 2007/2008 e 2016/2017. Mais uma vez, como expectável, é em torno nas zonas urbanas que se encontra uma maior concentração das observações – os distritos de Lisboa e Porto concentram 37% dos alunos.

Número de alunos por concelho
3.º ciclo
Língua Portuguesa

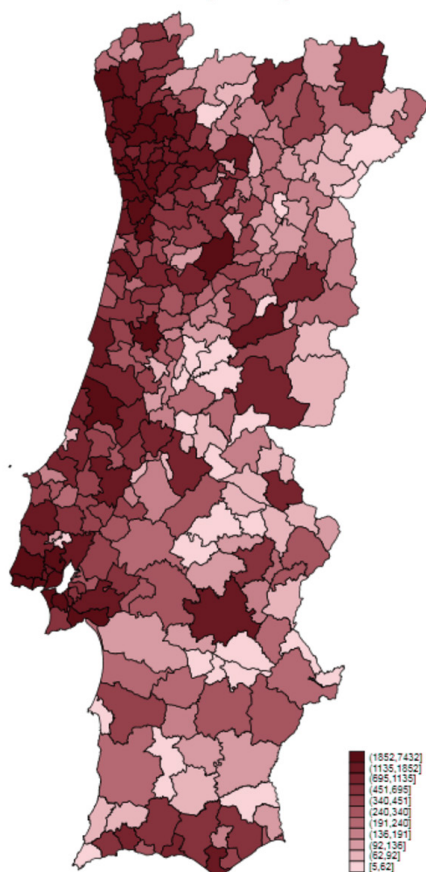


Número de alunos por concelho
3.º ciclo
Matemática

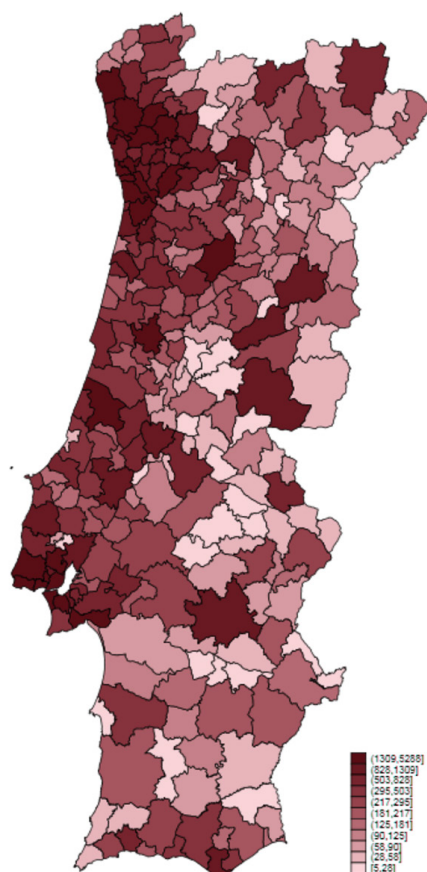


Os dois mapas ilustram a distribuição dos alunos observados no 10º, 11º e 12º ano entre 2007/2008 e 2017/2018. Novamente é em torno das zonas urbanas que se encontra uma maior concentração das observações – os distritos de Lisboa e Porto concentram 34% dos alunos.

Número de alunos por concelho
Ensino Secundário
Língua Portuguesa

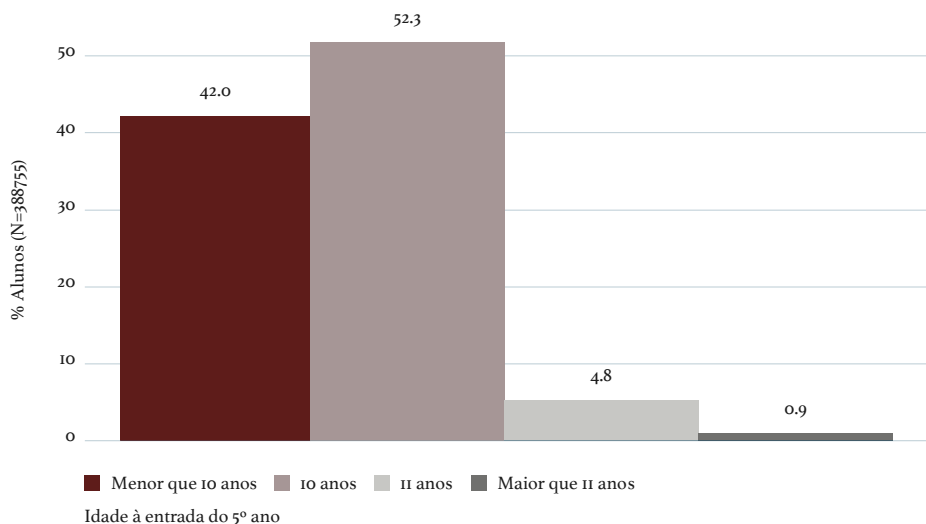


Número de alunos por concelho
Ensino Secundário
Matemática

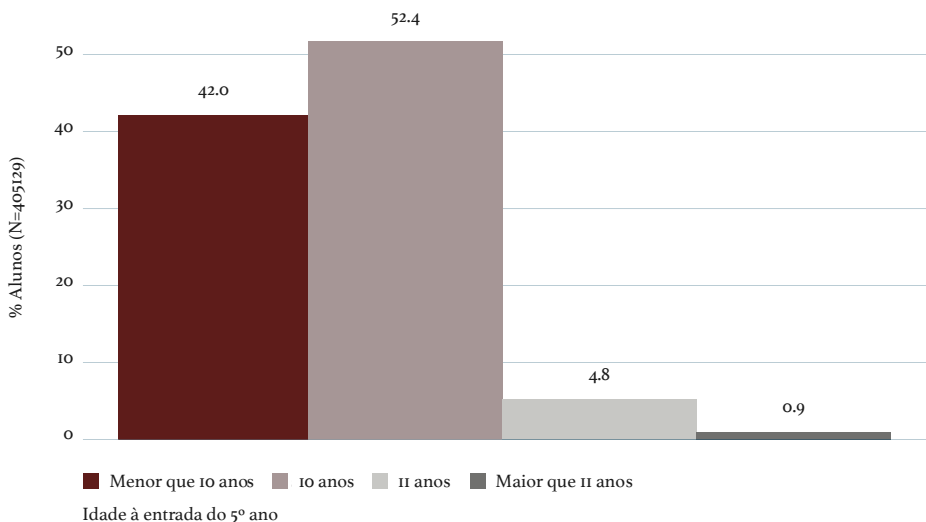


Em ambas as disciplinas, cerca de 94% dos alunos entram no 5º ano com idade entre os 9 e os 10 anos.

Percentagem de alunos em diferentes idades (Língua Portuguesa, 2º ciclo)

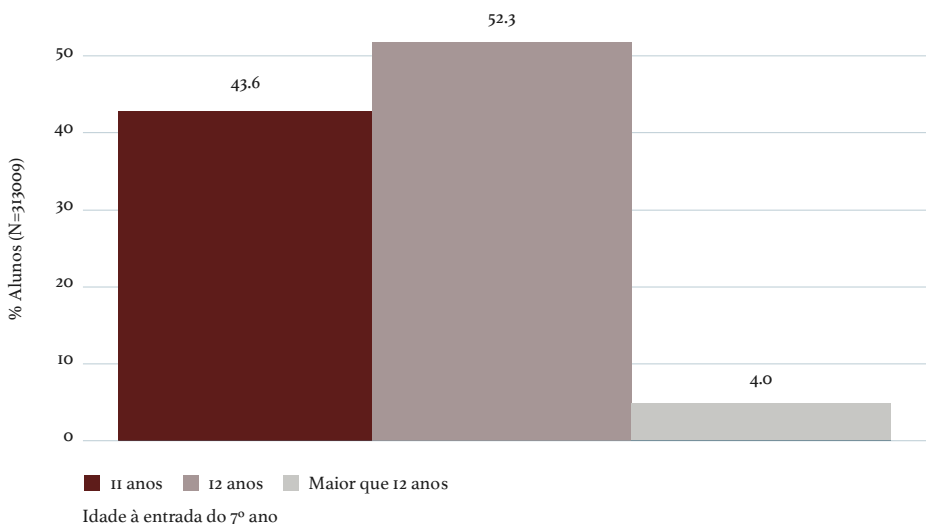


Percentagem de alunos em diferentes idades (Matemática, 2º ciclo)

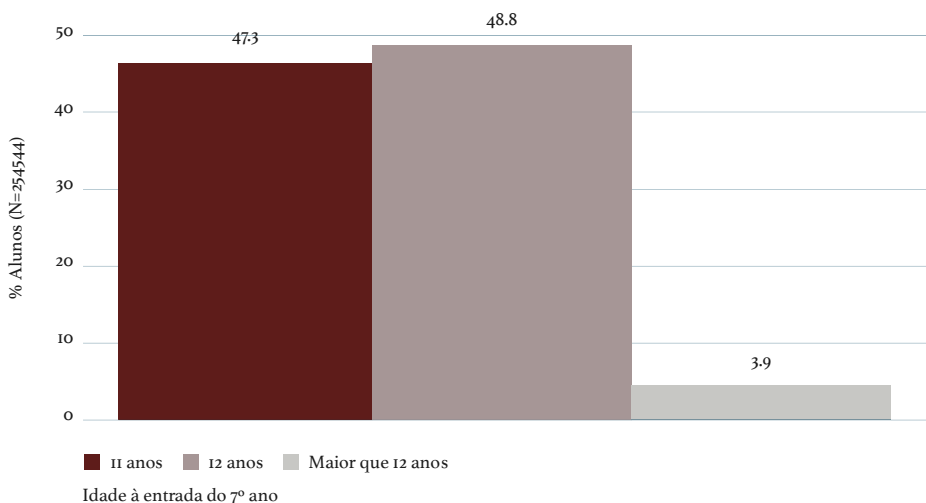


Em ambas as disciplinas, cerca de 96% dos alunos entram no 7º ano com idade entre os 11 e os 12 anos.

Percentagem de alunos em diferentes idades (Língua Portuguesa, 3º ciclo)

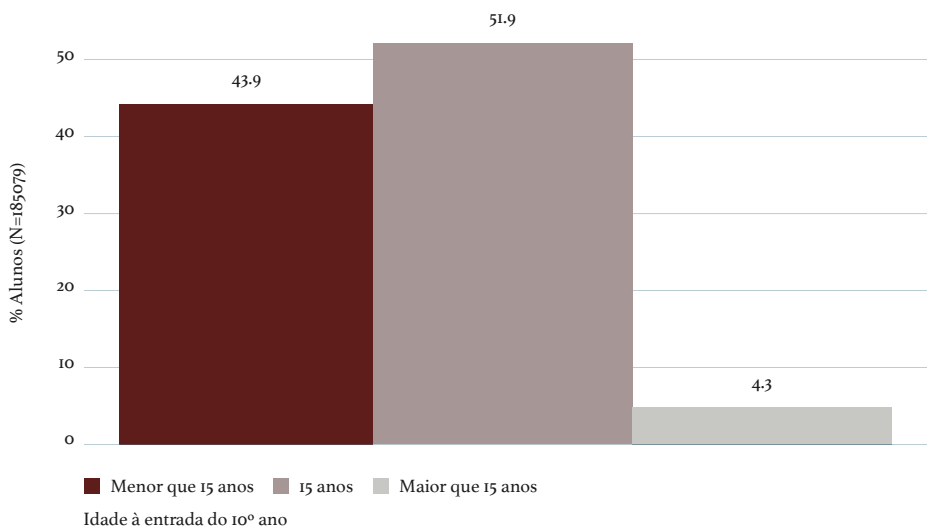


Percentagem de alunos em diferentes idades (Matemática, 3º ciclo)

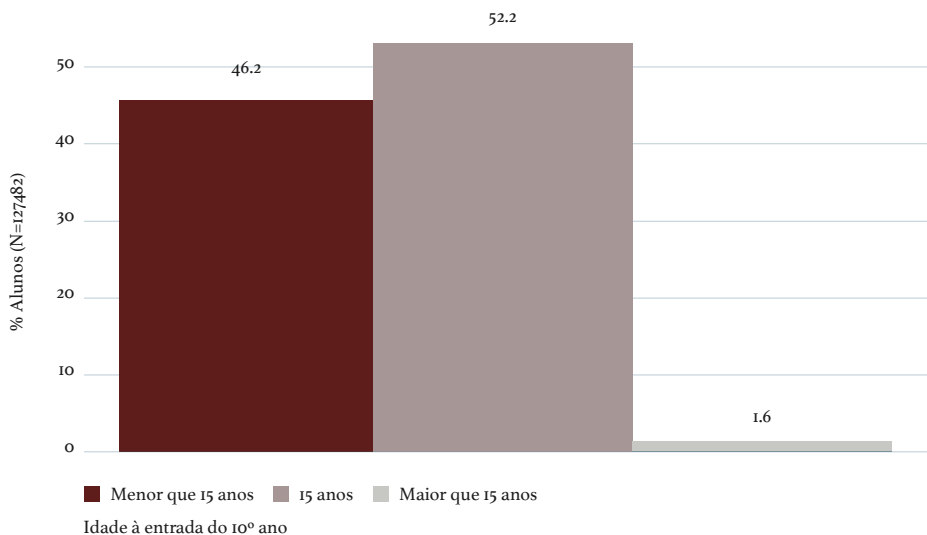


Cerca de 96% dos alunos em Língua Portuguesa e 98% dos alunos em Matemática entram no ensino secundário com idade igual ou inferior a 15 anos.

Percentagem de alunos em diferentes idades (Língua Portuguesa, Secundário)

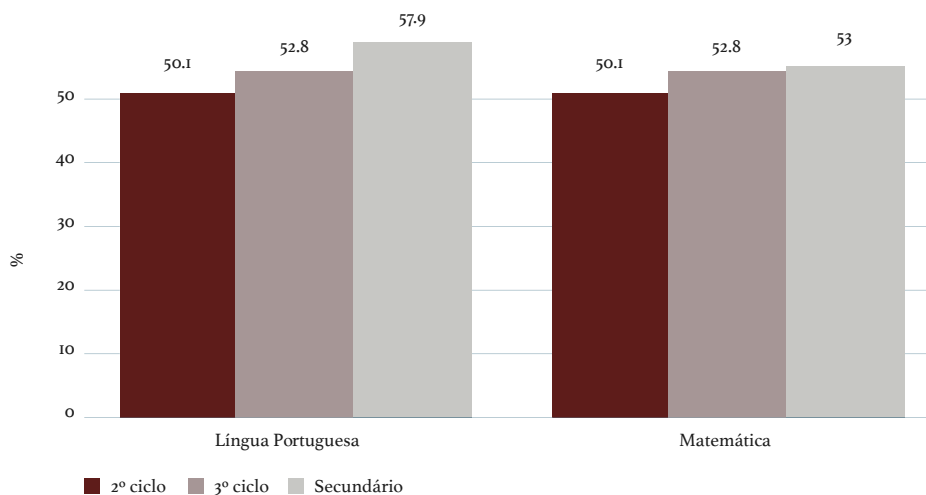


Percentagem de alunos em diferentes idades (Matemática, Secundário)



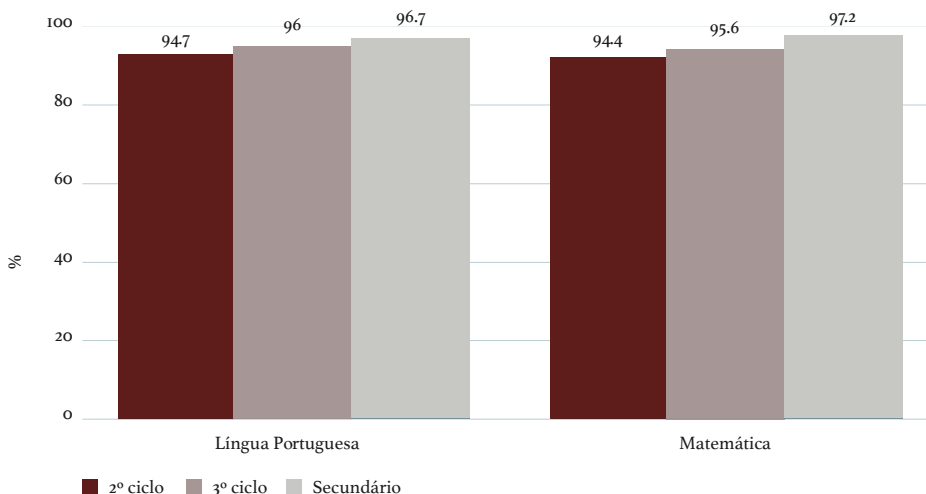
No 2º ciclo existe uma divisão praticamente equitativa entre o número de rapazes e raparigas observados na base de dados, mas o peso das raparigas aumenta nos ciclos mais avançados, atingindo 57,9% dos alunos em Língua Portuguesa no ensino secundário.

Percentagem de raparigas alunos (Língua Portuguesa e Matemática)



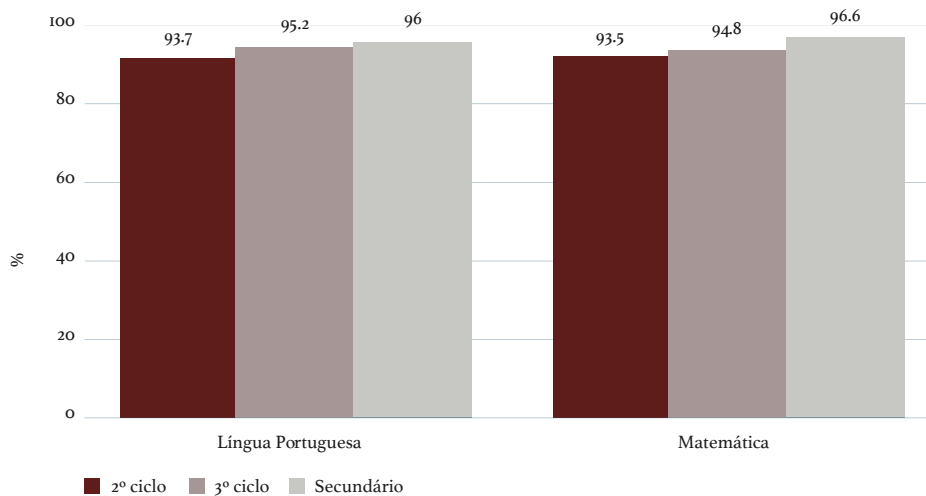
Em ambas as disciplinas, ao longo dos ciclos, a percentagem de alunos com mãe portuguesa é relativamente semelhante – entre os 95% e os 97%.

Percentagem de alunos com mãe portuguesa (Língua Portuguesa e Matemática)



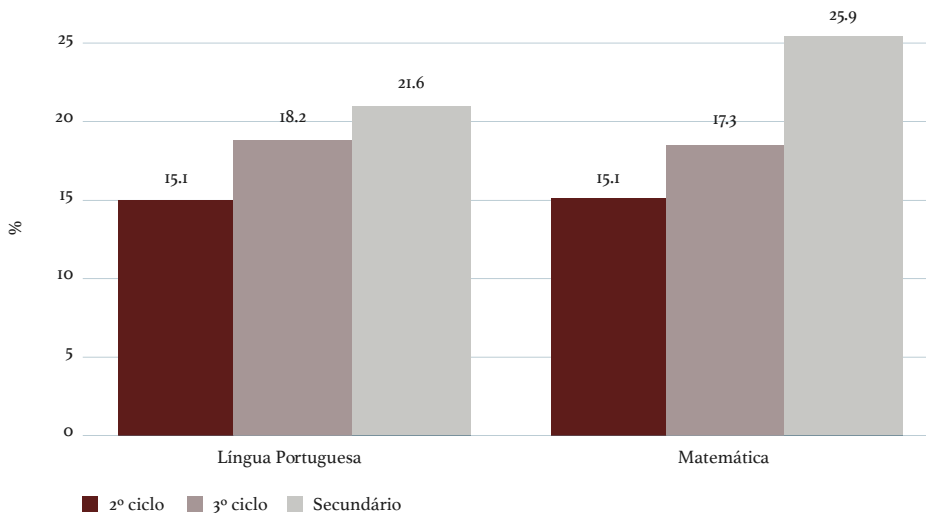
Também a percentagem de alunos com pai português é relativamente semelhante ao longo dos ciclos – entre os 94% e os 97%.

Percentagem de alunos com pai português (Língua Portuguesa e Matemática)



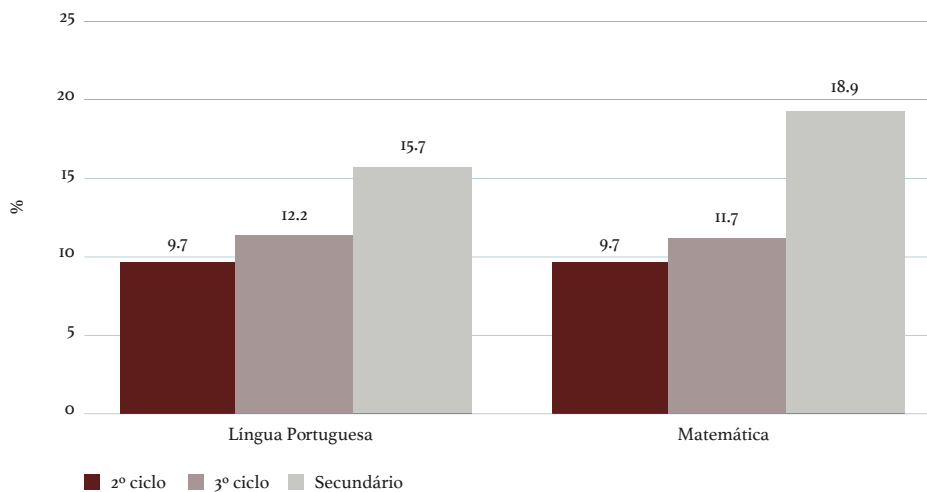
A percentagem de alunos com mãe com ensino superior vai aumentando ao longo dos ciclos. Contudo em cada ciclo, a última observação disponível corresponde àquela com maior percentagem de mães com ensino superior – 20% no 2º ciclo em 2014/2015; 23% no 3º ciclo em 2016/2017; 25%-30% no secundário em 2016/2017.

Percentagem de alunos com mães com ensino superior (Língua Portuguesa e Matemática)



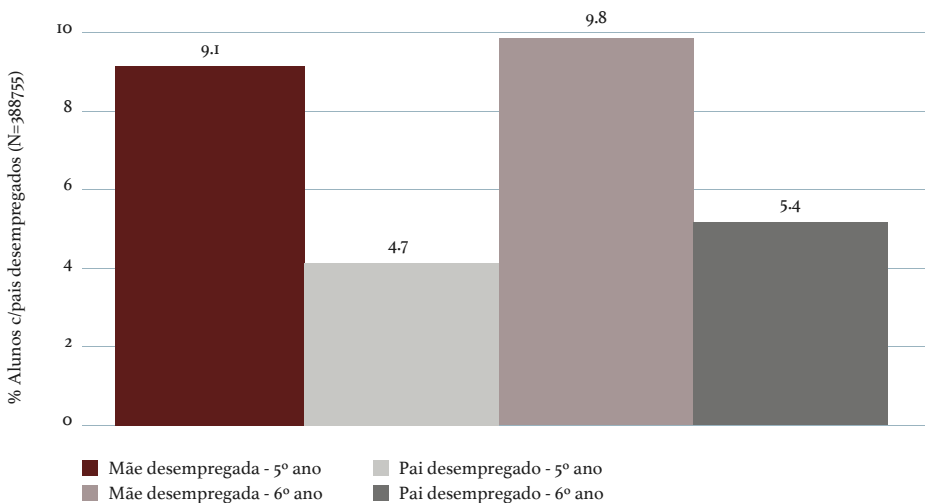
A percentagem de alunos com pai com ensino superior vai aumentando ao longo dos ciclos. Contudo em cada ciclo, a última observação disponível corresponde àquela com maior percentagem de mães com ensino superior – 13% no 2º ciclo em 2014/2015; 15% no 3º ciclo em 2016/2017; 18%-20% no secundário em 2016/2017.

Percentagem de alunos com pais com ensino superior (Língua Portuguesa e Matemática)

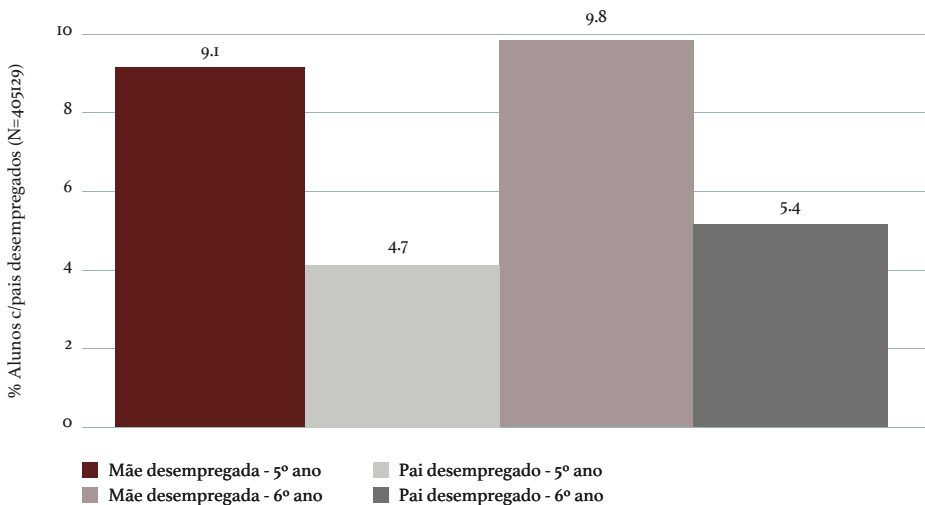


Em ambas as disciplinas, a taxa de desemprego é semelhante no 5º e 6º ano. A taxa de desemprego é cerca do dobro entre as mães do que entre os pais.

Percentagem de alunos com pais desempregados (Língua Portuguesa, 2º ciclo)

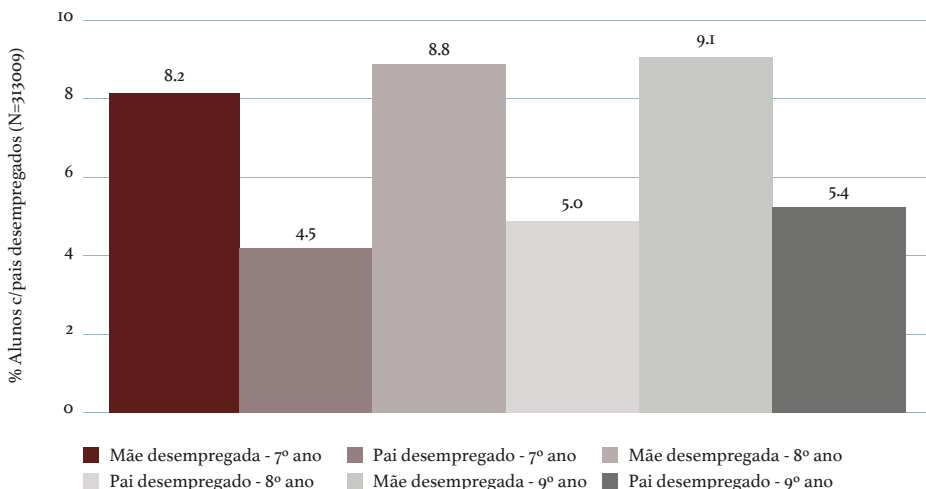


Percentagem de alunos com pais desempregados (Matemática, 2º ciclo)

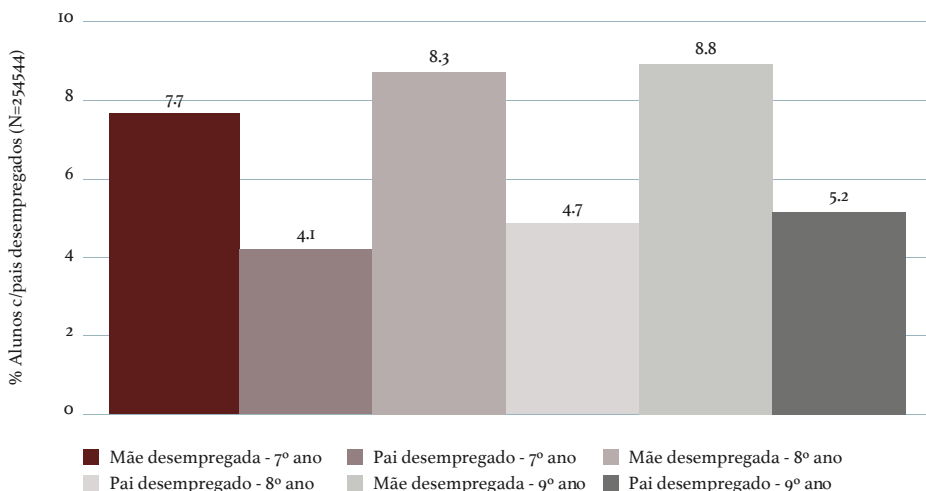


Em ambas as disciplinas, a **percentagem de desemprego** é semelhante ao longo do ciclo. A taxa de desemprego é de novo significativamente mais alta entre as mães do que entre os pais.

Percentagem de alunos com pais desempregados (Língua Portuguesa, 3º ciclo)

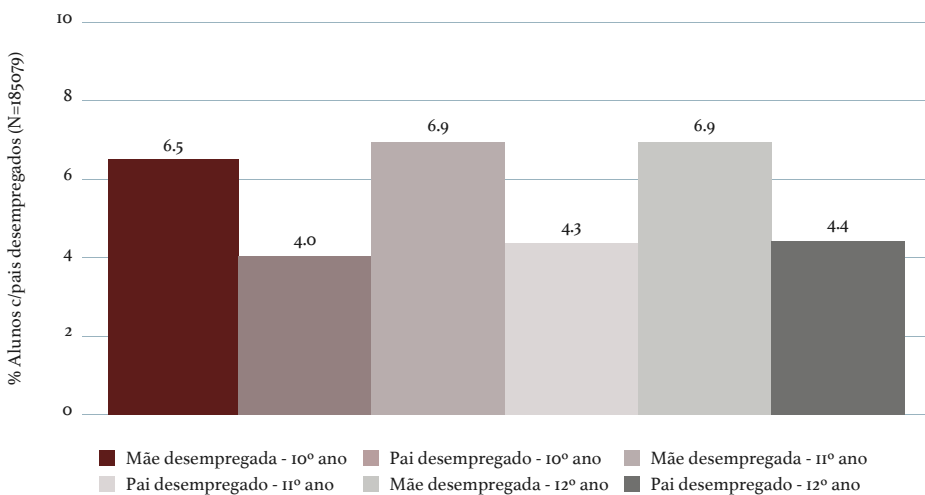


Percentagem de alunos com pais desempregados (Matemática, 3º ciclo)

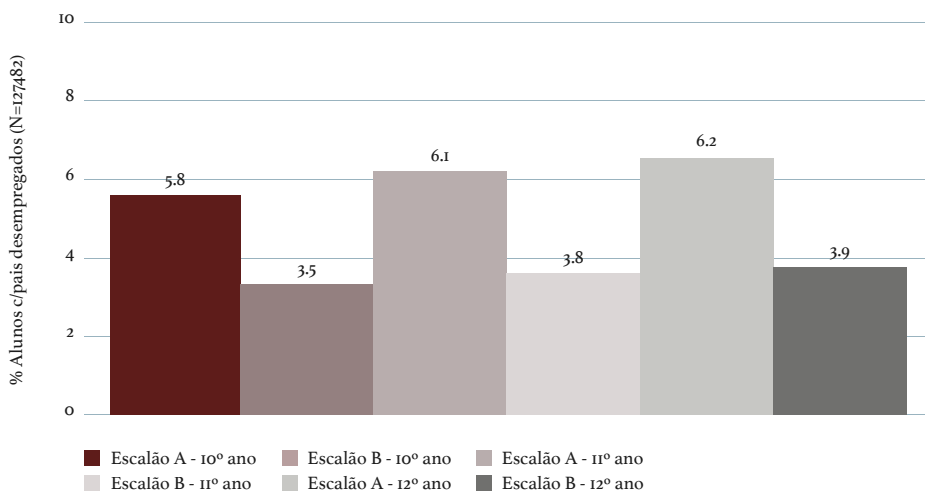


Em ambas as disciplinas, a taxa de desemprego é semelhante ao longo do ciclo. A taxa de desemprego é mais baixa que noutros ciclos de ensino e mais próxima entre mães e pais.

Percentagem de alunos com pais desempregados (Língua Portuguesa, Secundário)

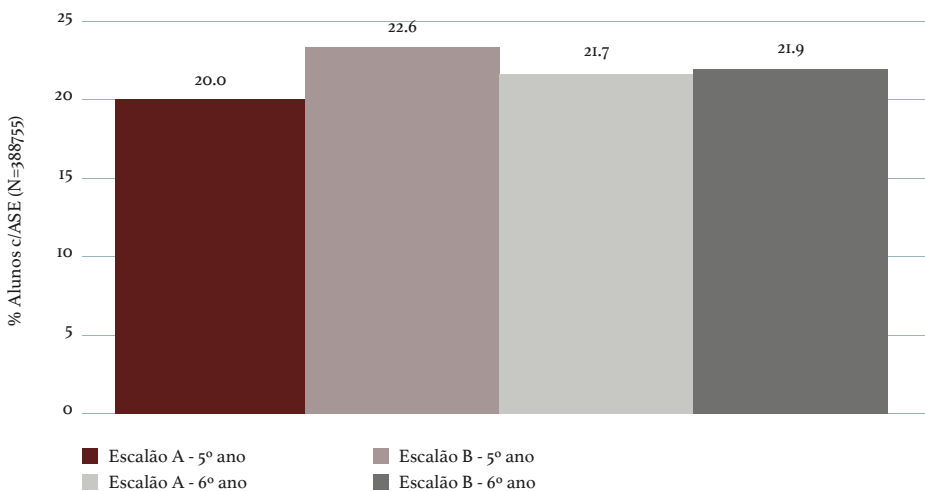


Percentagem de alunos com pais desempregados (Matemática, Secundário)

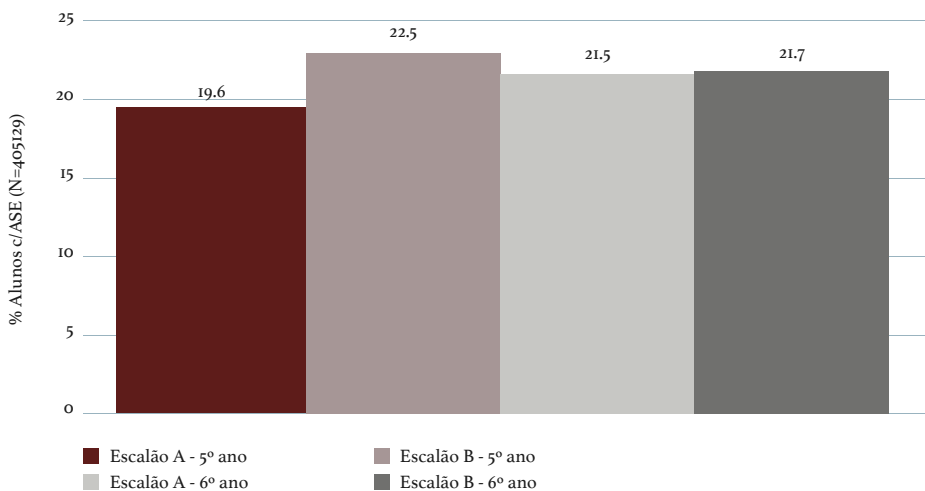


No 2º ciclo, cerca de um quinto dos alunos tem acesso à ação social escolar em cada um dos escalões A e B.

Percentagem de alunos cobertos pela Ação Social Escolar (Língua Portuguesa, 2º ciclo)

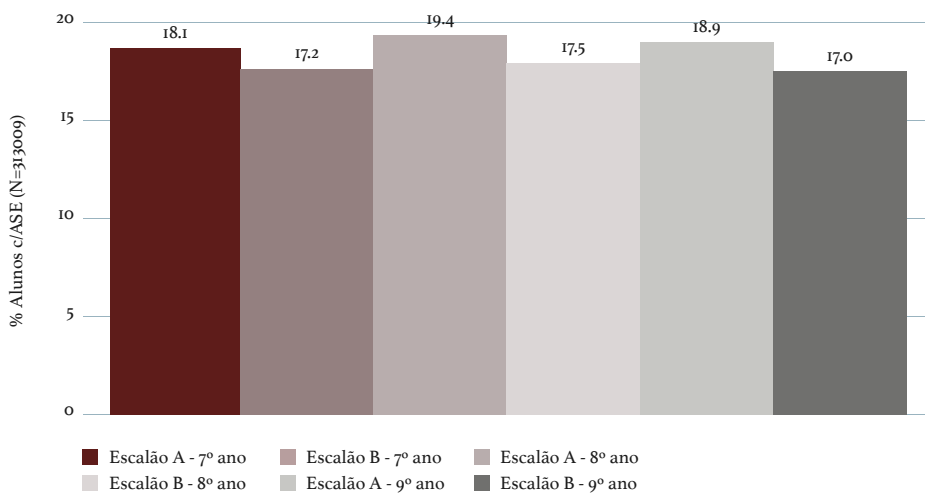


Percentagem de alunos cobertos pela Ação Social Escolar (Matemática, 2º ciclo)

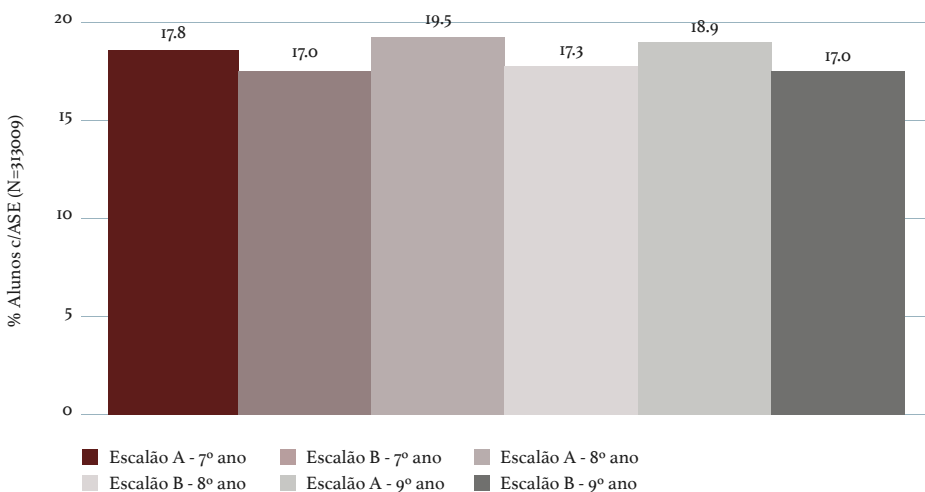


No 3º ciclo, as taxas de acesso à ação social escolar continuam a ser elevadas, pouco menos de 20% em cada um dos escalões A e B.

Percentagem de alunos cobertos pela ação social escolar (Língua Portuguesa, 3º ciclo) Escalões A e B

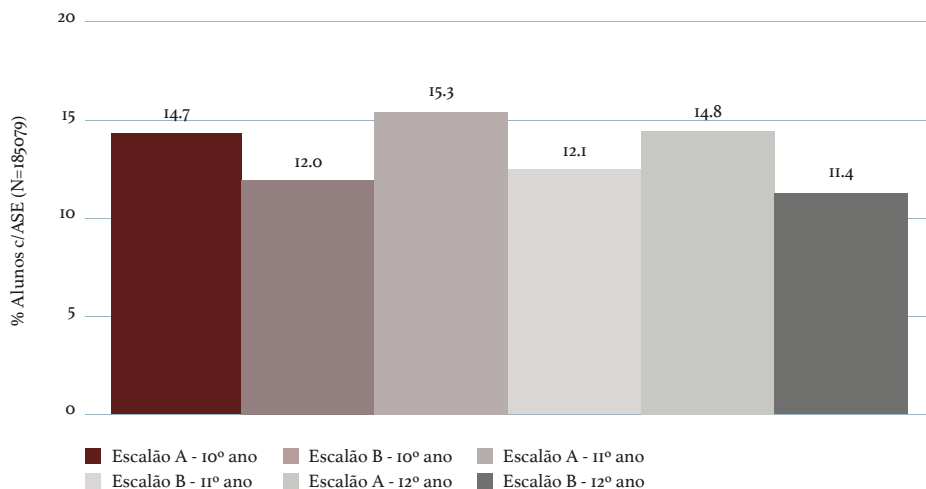


Percentagem de alunos cobertos pela ação social escolar (Matemática, 3º ciclo) Escalões A e B

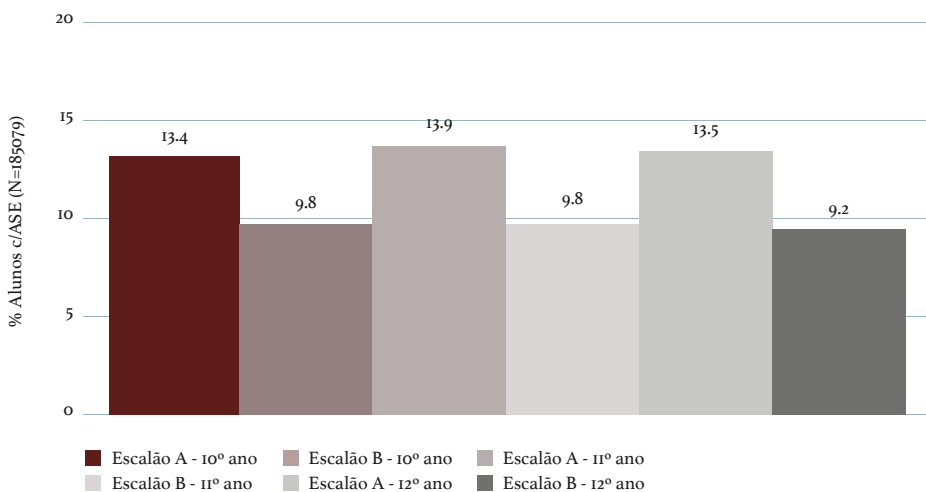


No ensino secundário, estes valores caem para cerca de 14%-15% no Escalão A e 9%-12% no escalão B.

Percentagem de alunos cobertos pela ação social escolar (Língua Portuguesa, secundário) Escalões A e B

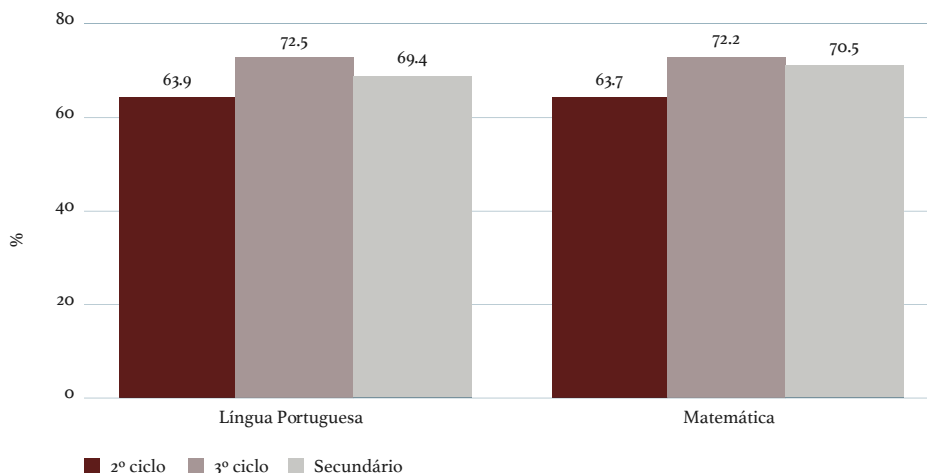


Percentagem de alunos cobertos pela ação social escolar (Matemática, secundário) Escalões A e B



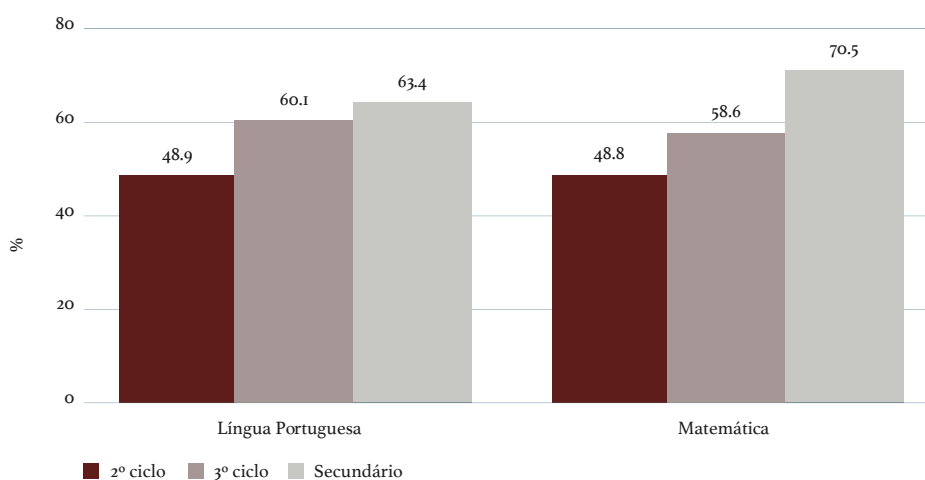
Todos os valores reportados referentes ao **acesso a computador** correspondem aos reportados à entrada do 2º, 3º ciclo e secundário. A percentagem de acesso a computador encontra-se entre os 63% e 73% para todos os ciclos. Estes valores são mais elevados para o último ano de dados observados – 67% no 2º ciclo em 2013/2014; 75% no 3º ciclo em 2014/2015, por exemplo.

Percentagem de alunos com acesso a computador (Língua Portuguesa e Matemática)



Todos os valores reportados referentes ao **acesso a computador** correspondem aos reportados à entrada do 2º, 3º ciclo e secundário. A percentagem de acesso a computador encontra-se entre os 63% e 73% para todos os ciclos. Estes valores são mais elevados para o último ano de dados observados – 67% no 2º ciclo em 2013/2014; 75% no 3º ciclo em 2014/2015, por exemplo.

Percentagem de alunos com acesso a internet (Língua Portuguesa e Matemática)



Para cada nota na prova de aferição/final do 4º ano reporta-se a **distribuição das notas na prova final de 6º ano**. Por exemplo, na célula assinalada vê-se que 25,8% dos alunos tiveram uma nota de nível 3 na prova de 4º ano de Língua Portuguesa e voltaram a ter uma nota de nível 3 na prova do 6º ano de Língua Portuguesa.

Língua Portuguesa	6º Ano						
	1	2	3	4	5	Total	
4º Ano	1	141	870	277	12	1	1301
		0,04	0,22	0,07	0	0	0,33
	2	857	20626	18869	2361	36	42749
		0,22	5,31	4,85	0,61	0,01	11,00
	3	598	37093	100280	31371	1244	170586
		0,15	9,54	25,80	8,07	0,32	43,88
	4	67	10138	61996	63462	8266	143929
		0	0,08	1,56	4,58	1,54	37,02
	5	1	307	6073	17803	6006	30190
		0	0,08	1,56	4,58	1,54	7,77
	Total	1664	69034	187495	115009	15553	388755
		0,43	17,76	48,23	29,58	4,00	100

Nota: primeira linha – nº de alunos, segunda linha – percentagem

Para cada nota na prova de aferição/final no 4º ano reporta-se a **distribuição das notas na prova final de 6º ano**. Por exemplo, na célula assinalada vê-se que 17,44% dos alunos tiveram uma nota de nível 3 na prova de 4º ano de Matemática e voltaram a ter uma nota de nível 3 na prova do 6º ano de Matemática.

Matemática	6º Ano					
	1	2	3	4	5	Total
1	1444	1335	123	14	3	2619
	0,28	0,33	0,03	0	0	0,65
2	9534	37768	12427	1253	24	61006
	2,35	9,32	3,07	0,31	0,01	15,06
3	4936	59545	70660	18171	1018	154330
	1,22	14,70	17,44	4,49	0,25	38,09
4º Ano	1073	18949	53751	47272	9182	130227
	0,26	4,68	13,27	11,67	2,27	32,14
5	126	2777	13066	25964	15013	56946
	0,03	0,69	3,23	6,41	3,71	14,06
Total	16813	120374	150027	92674	25240	405128
	4,15	29,71	37,03	22,88	6,23	100

Nota: primeira linha – nº de alunos, segunda linha – percentagem

Para cada nota na prova de aferição/final no 6º ano reporta-se a **distribuição das notas na prova final de 9º ano**. Por exemplo, na célula assinalada vê-se que 24,62% dos alunos tiveram uma nota de nível 3 na prova de 6º ano e voltaram a ter uma nota de nível 3 na prova do 9º ano.

Língua Portuguesa	9º Ano						
	1	2	3	4	5	Total	
6º Ano	1	10	92	24	1	0	127
		0	0,03	0,01	0	0	0,04
	2	538	14515	9349	701	3	25106
		0,17	4,64	2,99	0,22	0	8,02
	3	954	59116	77058	17156	490	154774
		0,3	18,89	24,62	5,48	0,16	49,45
	4	54	13224	56474	41916	4485	116153
		0,02	4,22	18,04	13,39	1,43	37,11
	5	2	267	4059	9640	2882	16849
		0	0,09	1,3	3,08	0,92	5,38
	Total	1,558	87214	146936	69414	7860	313009
		0,5	27,86	46,95	22,18	2,51	100

Nota: primeira linha – nº de alunos, segunda linha – percentagem

Para cada nota na prova de aferição/final no 6º ano reporta-se a **distribuição das notas na prova final de 9º ano**. Por exemplo, na célula assinalada vê-se que 13,95% dos alunos tiveram uma nota de nível 3 na prova de 6º ano e voltaram a ter uma nota de nível 3 na prova do 9º ano.

Matemática	9º Ano						
	1	2	3	4	5	Total	
6º Ano	1	927	606	30	4	1	1568
		0,36	0,24	0,01	0	0	0,62
	2	10732	22277	5367	746	27	39149
		4,22	8,75	2,11	0,29	0,01	15,38
	3	10387	52799	35511	13812	1180	113689
		4,08	20,74	13,95	5,43	0,46	44,66
	4	935	13632	25433	27823	7432	75255
		0,37	5,36	9,99	10,93	2,92	29,56
	5	41	1070	3956	10840	8976	24883
		0,02	0,42	1,55	4,26	3,53	9,78
Total	23022	90384	70297	53225	17616	254544	
	9,04	35,51	27,62	20,91	6,92	100	

Nota: primeira linha – nº de alunos, segunda linha – percentagem

Para cada nota na prova de aferição/final no 9º ano reporta-se a **distribuição das notas na prova final de 12º ano**. Por exemplo, na célula assinalada vê-se que 20,22% dos alunos tiveram uma nota de nível 3 na prova de 9º ano e voltaram a ter uma nota de nível 3 na prova do 12º ano.

Língua Portuguesa	12º Ano					
	1	2	3	4	5	Total
1	15	38	4	0	0	57
	0,01	0,02	0	0	0	0,03
2	1105	15143	5737	497	3	22485
	0,6	8,18	3,10	0,27	0	12,15
3	1172	40590	37431	8203	131	87528
	0,63	21,93	20,22	4,43	0,07	47,29
4	132	13254	32349	20020	940	66695
	0,07	7,16	17,48	10,82	0,51	36,04
5	3	69346	77947	33552	1,807	185,079
	0	0,17	1,31	2,61	0,4	4,49
Total	2427	69346	77947	33552	1807	185079
	1,31	37,47	42,12	18,13	0,98	100

Nota: primeira linha – nº de alunos, segunda linha – percentagem
Escala do exame de 12º reescalada de 1-5 da escala original de 0-200

Para cada nota na prova de aferição/final no 9º ano reporta-se a **distribuição das notas na prova final de 12º ano**. Por exemplo, na célula assinalada vê-se que 11,43% dos alunos tiveram uma nota de nível 3 na prova de 9º ano e voltaram a ter uma nota de nível 3 na prova do 12º ano.

Matemática	12º Ano					
	1	2	3	4	5	Total
1	14	8	2	2	0	26
	0,01	0,01	0	0	0	0,02
2	2776	4989	1977	735	78	10555
	2,18	3,91	1,55	0,58	,06	8,28
3	7752	23553	14575	8292	1450	55622
	6,08	18,48	11,43	6,5	1,14	43,63
4	2611	14665	15165	15727	5518	53686
	2,05	11,50	11,90	12,34	4,33	42,11
5	59	866	1467	2948	2253	7593
	0,05	0,68	1,15	2,31	1,77	5,96
Total	13212	44081	33186	27704	9299	127482
	10,36	34,58	26,03	21,73	7,29	100

Nota: primeira linha – nº de alunos, segunda linha – percentagem
Escala do exame de 12º reescalada de 1-5 da escala original de 0-200

3.3 Representatividade da amostra (Alunos)

Para verificar se os dados apresentados são representativos da população de referência, comparamos os valores médios de diversas características dos alunos na nossa amostra e na população.

Dado a grande dimensão da base de dados utilizada neste estudo, em vez de um teste de hipóteses estatístico, seguimos o teste normalizado proposto por Imbens (2015). Considerando a amostra, A, e a população, P, o teste normalizado para a variável X é definido como:

$$\Delta X = \frac{X_P - X_A}{\sqrt{\frac{(S_P^2) + (S_A^2)}{2}}} \quad (7)$$

- X_P corresponde à média da variável na população P e X_A é a média da mesma variável na amostra A;
- S_P^2 corresponde à variância da variável na população P e S_A^2 é a variância da mesma variável na amostra A;
- O valor de referência a partir do qual consideramos um desvio significativo entre a população e a amostra é de 0,3. Este valor de referência não é ultrapassado para nenhuma das variáveis nas tabelas abaixo.

Língua Portuguesa, 2º ciclo					
Variável	População		Amostra		Teste de Representatividade
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
Feminino	0,47	0,50	0,50	0,50	-0,07
Mãe portuguesa	0,91	0,29	0,95	0,22	-0,15
Pai português	0,89	0,31	0,94	0,24	-0,15
Mãe c/Ensino Superior	0,12	0,33	0,15	0,36	-0,08
Pai c/Ensino Superior	0,08	0,27	0,10	0,30	-0,06
SASE (A) - 5º ano	0,18	0,38	0,20	0,40	-0,05
SASE (B) - 5º ano	0,28	0,45	0,23	0,42	0,13
Mãe Desempregada - 5º ano		0,30	0,09	0,29	0,03
Pai Desempregado - 5º ano	0,06	0,23	0,05	0,21	0,05
SASE (A) - 6º ano	0,18	0,39	0,22	0,41	-0,09
SASE (B) - 6º ano	0,28	0,45	0,22	0,41	0,14
Mãe Desempregada - 6º ano	0,10	0,30	0,10	0,30	0,01
Pai Desempregado - 6º ano	0,06	0,23	0,05	0,23	0,02
Acesso a Computador	0,57	0,49	0,64	0,48	-0,13
Acesso a internet	0,44	0,50	0,49	0,50	-0,10

Matemática, 2º ciclo					
Variável	População		Amostra		Teste de Representatividade
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
Feminino	0,47	0,50	0,50	0,50	-0,07
Mãe portuguesa	0,91	0,29	0,94	0,23	-0,14
Pai português	0,89	0,31	0,94	0,25	-0,15
Mãe c/Ensino Superior	0,12	0,33	0,15	0,36	-0,08
Pai c/Ensino Superior	0,08	0,27	0,10	0,30	-0,06
SASE (A) - 5º ano	0,18	0,38	0,20	0,40	-0,04
SASE (B) - 5º ano	0,28	0,45	0,23	0,42	0,13
Mãe Desempregada - 5º ano	0,10	0,30	0,09	0,29	0,04
Pai Desempregado - 5º ano	0,06	0,23	0,05	0,21	0,05
SASE (A) - 6º ano	0,18	0,39	0,22	0,41	-0,09
SASE (B) - 6º ano	0,28	0,45	0,22	0,41	0,14
Mãe Desempregada - 6º ano	0,10	0,30	0,10	0,30	0,01
Pai Desempregado - 6º ano	0,06	0,23	0,05	0,23	0,02
Acesso a Computador	0,57	0,49	0,64	0,48	-0,13
Acesso a internet	0,44	0,50	0,49	0,50	-0,10

Língua Portuguesa, 3º ciclo					
Variável	População		Amostra		Teste de Representatividade
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
Feminino	0,48	0,50	0,53	0,50	-0,10
Mãe portuguesa	0,91	0,29	0,96	0,20	-0,20
Pai português	0,90	0,30	0,95	0,21	-0,21
Mãe c/Ensino Superior	0,12	0,32	0,18	0,39	-0,17
Pai c/Ensino Superior	0,08	0,27	0,12	0,33	-0,13
SASE (A) - 7º ano	0,18	0,38	0,18	0,38	-0,01
SASE (B) - 7º ano	0,26	0,44	0,17	0,38	0,21
Mãe Desempregada - 7º ano	0,10	0,30	0,08	0,27	0,06
Pai Desempregado - 7º ano	0,06	0,24	0,04	0,21	0,07
SASE (A) - 8º ano	0,17	0,38	0,19	0,40	-0,05
SASE (B) - 8º ano	0,23	0,42	0,17	0,38	0,14
Mãe Desempregada - 8º ano	0,10	0,29	0,09	0,28	0,03
Pai Desempregado - 8º ano	0,06	0,23	0,05	0,22	0,03
SASE (A) - 9º ano	0,17	0,37	0,19	0,39	-0,05
SASE (B) - 9º ano	0,21	0,41	0,17	0,38	0,10
Mãe Desempregada - 9º ano	0,09	0,29	0,09	0,29	0,00
Pai Desempregado - 9º ano	0,05	0,23	0,05	0,23	0,00
Acesso a Computador	0,65	0,48	0,73	0,45	-0,16
Acesso a internet	0,53	0,50	0,60	0,49	-0,15

Matemática, 3º ciclo					
Variável	População		Amostra		Teste de Representatividade
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
Feminino	0,48	0,50	0,53	0,50	-0,10
Mãe portuguesa	0,91	0,29	0,96	0,20	-0,19
Pai português	0,90	0,30	0,95	0,22	-0,20
Mãe c/Ensino Superior	0,12	0,32	0,18	0,39	-0,17
Pai c/Ensino Superior	0,08	0,27	0,12	0,33	-0,13
SASE (A) - 7º ano	0,18	0,38	0,18	0,38	-0,01
SASE (B) - 7º ano	0,26	0,44	0,17	0,38	0,22
Mãe Desempregada - 7º ano	0,10	0,30	0,08	0,27	0,07
Pai Desempregado - 7º ano	0,06	0,24	0,04	0,21	0,07
SASE (A) - 8º ano	0,17	0,38	0,19	0,39	-0,05
SASE (B) - 8º ano	0,23	0,42	0,17	0,38	0,14
Mãe Desempregada - 8º ano	0,10	0,29	0,09	0,28	0,03
Pai Desempregado - 8º ano	0,06	0,23	0,05	0,22	0,03
SASE (A) - 9º ano	0,17	0,37	0,19	0,39	-0,05
SASE (B) - 9º ano	0,21	0,41	0,17	0,37	0,11
Mãe Desempregada - 9º ano	0,09	0,29	0,09	0,29	0,00
Pai Desempregado - 9º ano	0,05	0,23	0,05	0,23	0,00
Acesso a Computador	0,65	0,48	0,73	0,45	-0,16
Acesso a internet	0,53	0,50	0,60	0,49	-0,15

Língua Portuguesa, Secundário					
Variável	População		Amostra		Teste de Representatividade
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
Feminino	0,50	0,50	0,58	0,49	-0,16
Mãe portuguesa	0,91	0,28	0,97	0,18	-0,23
Pai português	0,90	0,30	0,96	0,20	-0,24
Mãe c/Ensino Superior	0,13	0,34	0,22	0,41	-0,22
Pai c/Ensino Superior	0,10	0,30	0,16	0,36	-0,18
SASE (A) - 10º ano	0,14	0,35	0,15	0,35	-0,02
SASE (B) - 10º ano	0,16	0,37	0,12	0,33	0,12
Mãe Desempregada - 10º ano	0,08	0,27	0,07	0,25	0,05
Pai Desempregado - 10º ano	0,05	0,22	0,04	0,20	0,05
SASE (A) - 11º ano	0,13	0,34	0,15	0,36	-0,06
SASE (B) - 11º ano	0,14	0,35	0,12	0,33	0,06
Mãe Desempregada - 11º ano	0,07	0,26	0,07	0,25	0,02
Pai Desempregado - 11º ano	0,05	0,21	0,04	0,20	0,02
SASE (A) - 12º ano	0,12	0,32	0,15	0,35	-0,09
SASE (B) - 12º ano	0,12	0,32	0,11	0,32	0,02
Mãe Desempregada - 12º ano	0,07	0,25	0,07	0,25	-0,01
Pai Desempregado - 12º ano	0,04	0,20	0,04	0,21	-0,01
Acesso a Computador	0,64	0,48	0,69	0,46	-0,12
Acesso a internet	0,58	0,49	0,63	0,48	-0,12

Matemática, Secundário					
Variável	População		Amostra		Teste de Representatividade
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
Feminino	0,50	0,50	0,53	0,50	-0,07
Mãe portuguesa	0,91	0,28	0,97	0,17	-0,26
Pai português	0,90	0,30	0,97	0,18	-0,27
Mãe c/Ensino Superior	0,13	0,34	0,26	0,44	-0,32
Pai c/Ensino Superior	0,10	0,30	0,19	0,39	-0,26
SASE (A) - 10º ano	0,14	0,35	0,13	0,34	0,02
SASE (B) - 10º ano	0,16	0,37	0,10	0,30	0,19
Mãe Desempregada - 10º ano	0,08	0,27	0,06	0,23	0,08
Pai Desempregado - 10º ano	0,05	0,22	0,03	0,18	0,07
SASE (A) - 11º ano	0,13	0,34	0,14	0,35	-0,02
SASE (B) - 11º ano	0,14	0,35	0,10	0,30	0,13
Mãe Desempregada - 11º ano	0,07	0,26	0,06	0,24	0,05
Pai Desempregado - 11º ano	0,05	0,21	0,04	0,19	0,04
SASE (A) - 12º ano	0,12	0,32	0,14	0,34	-0,05
SASE (B) - 12º ano	0,12	0,32	0,09	0,29	0,09
Mãe Desempregada - 12º ano	0,07	0,25	0,06	0,24	0,02
Pai Desempregado - 12º ano	0,04	0,20	0,04	0,19	0,02
Acesso a Computador	0,64	0,48	0,71	0,46	-0,14
Acesso a internet	0,58	0,49	0,65	0,48	-0,15

4. ESTIMAÇÃO VAC E VAP

Reportamos agora as estimações do Valor Acrescentado da Combinação de Professores (VAC) e do Valor Acrescentado do Professor (VAP) seguindo a metodologia apresentada anteriormente. A estimação proposta segue dois passos:

- **1º passo:** estimação do VAC seguindo a estimação da equação (1);
- **2º passo:** estimação do VAP seguindo a estimação da equação (4), (5) ou (6)

Nos resultados reportados a seguir enfatizamos os seguintes pontos, que auxiliam a leitura dos resultados:

- O Valor Acrescentado da Combinação de Professores (VAC) e o Valor Acrescentado do Professor (VAP) estão centrados em zero. Ou seja, os valores negativos leem-se como professores ou combinações de professores que contribuem menos para os resultados dos alunos que o professor médio. Por sua vez os valores positivos denotam professores e combinações de professores que contribuem mais para os resultados dos alunos do que o professor médio;
- A heterogeneidade dos resultados é por norma lida em desvios padrões da distribuição do VAC e do VAP. Ou seja, analisa-se quanto é que varia a nota dum aluno quando se aumenta o VAP ou VAC em um desvio padrão;
- Na secção seguinte reportamos os resultados do impacto dos professores nos resultados escolares de diversas formas;
- Os gráficos apresentados correspondem a coeficientes de regressão e à distribuição de *kernel* do VAC e do VAP.

O Valor Acrescentado da Combinação de Professores (VAC) foi estimado separadamente para Língua Portuguesa e para Matemática e considerando as 3 dimensões já anteriormente referidas: **probabilidade de ter uma nota superior a 2, superior a 3 e superior a 4 na prova final de ciclo seguindo a especificação em (1).**

A estimação tem em conta as características dos alunos para as quais temos informação – é retirado o efeito destas características da medida de impacto da combinação de professores nos resultados dos alunos.

Apresentamos de seguida o impacto destas características nos resultados dos alunos, considerando as 3 dimensões mencionadas e só depois apresentamos os resultados para o VAC. As características dos alunos cujo impacto avaliamos são:

- Nota na prova/exame nacional no final do ciclo anterior,
- Sexo,
- Idade,
- Formação dos pais,
- Nível de rendimento medido pelo acesso ao apoio social escolar

- Situação de desemprego dos pais,
- Acesso a computador e internet.

4.1 Estimação VAC e VAP (2º ciclo)

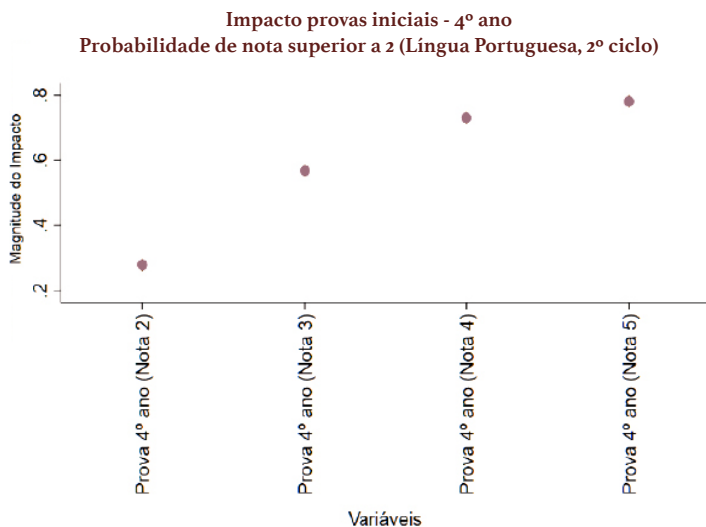
Todos os resultados reportados têm como base de comparação um aluno de uma escola pública do continente com as seguintes características:

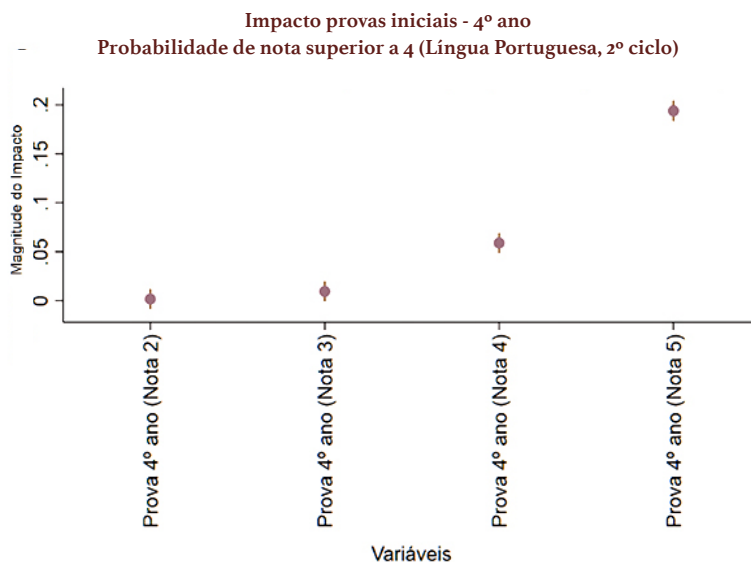
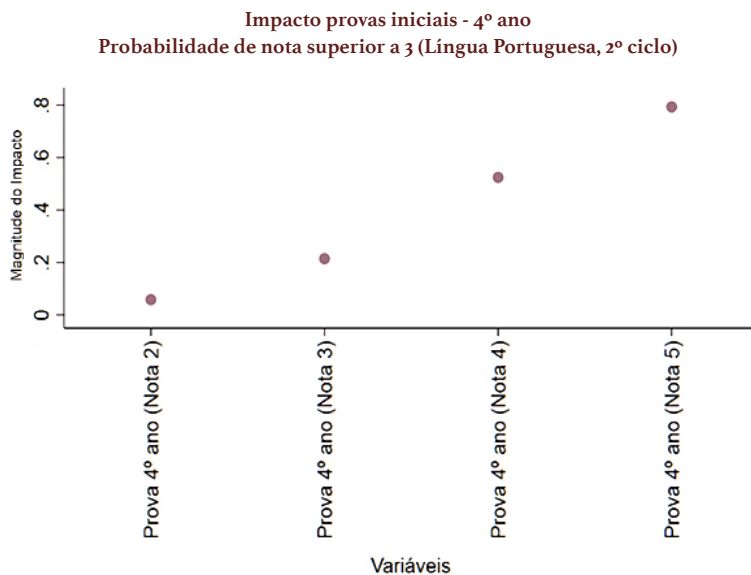
- Nota de 1 na prova inicial;
- Do sexo masculino;
- Cujos pais não têm ensino superior;
- Cujos pais não são de nacionalidade portuguesa;
- Cujos pais estão empregados em todos os anos do ciclo;
- Que não tem ação social escolar (SASE);
- Que não tem acesso a computador e internet em casa.

Abaixo reporta-se o impacto do nível da nota de 4º ano na probabilidade de ter uma nota superior a 2, a 3 e a 4 na prova de 6º ano em Língua Portuguesa seguindo a especificação em (1).

Em relação a um aluno que teve uma nota de 1 na prova final de 4º ano, ter uma nota de 2 aumenta a probabilidade de ter uma nota positiva na prova de 6º em 30 pontos percentuais. Contudo, ter uma nota de 5 aumenta essa probabilidade em 80 pontos percentuais.

Em relação a um aluno que teve uma nota de 1 na prova final de 4º ano, ter uma nota de 2 não aumenta a probabilidade de ter uma nota superior a 4 na prova de 6º ano. Contudo, ter uma nota de 5 aumenta essa probabilidade em 20 pontos percentuais.



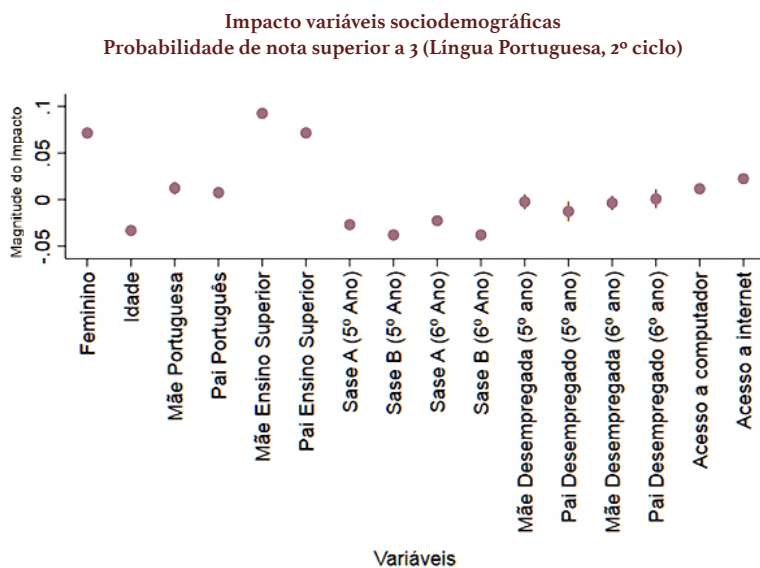
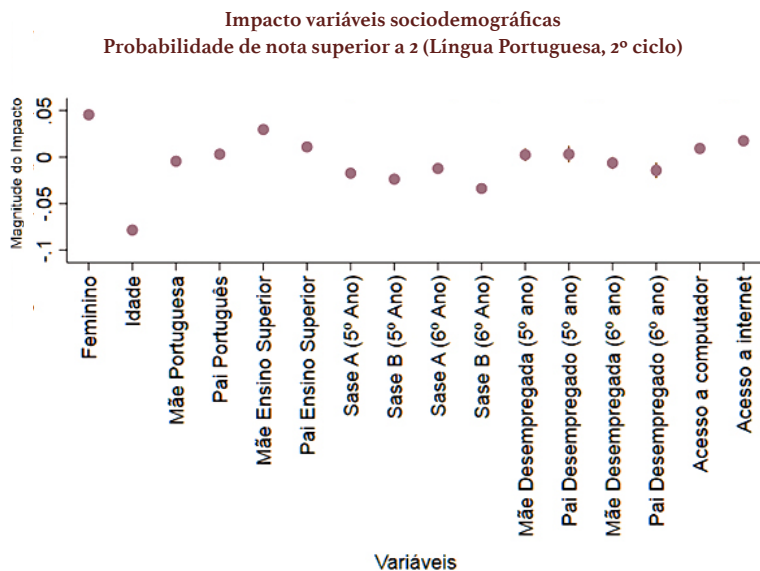


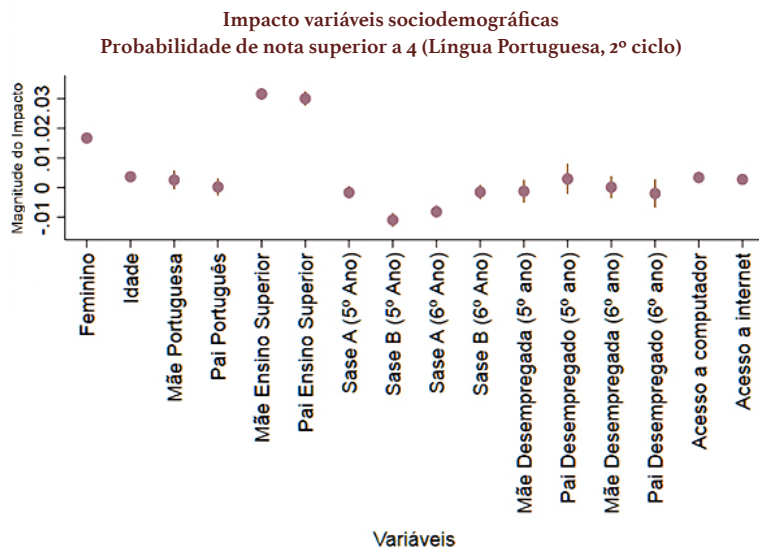
Ser rapariga aumenta a probabilidade de ter notas superiores a 2, a 3 e a 4 entre 2 e 7 pontos percentuais.

A idade é o factor que mais contribui para diminuir a probabilidade de obter uma nota positiva (maior que dois), ou uma nota maior que 3 ou 4. Note-se que a maior idade está em muitos casos associada a um episódio de retenção (repetição de ano) passado.

A formação superior dos pais, em particular a da mãe, tem também uma importância significativa na probabilidade de se obter uma nota positiva.

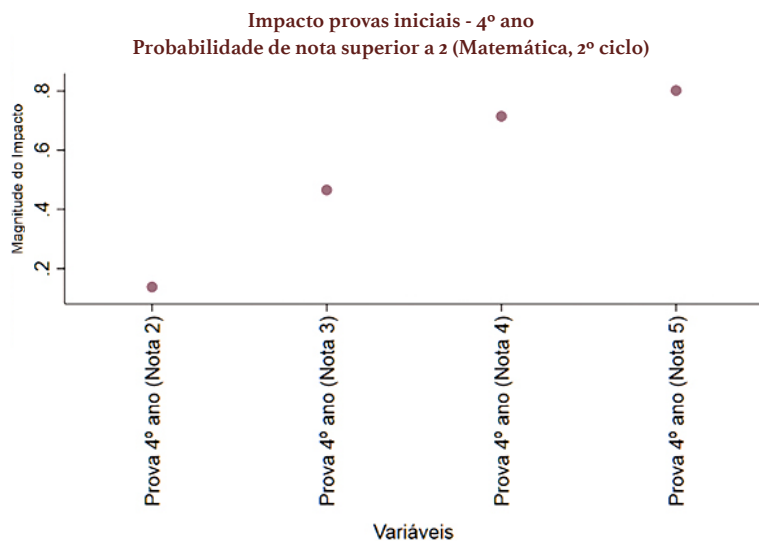
O nível de rendimento tem o impacto positivo esperado, expresso pelo valor negativo (até menos 5 pontos percentuais) do parâmetro associado à cobertura pela acção social escolar.

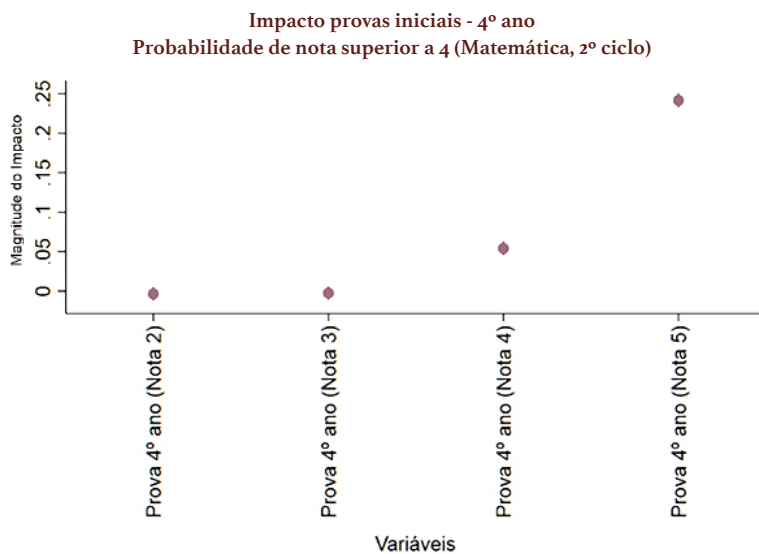
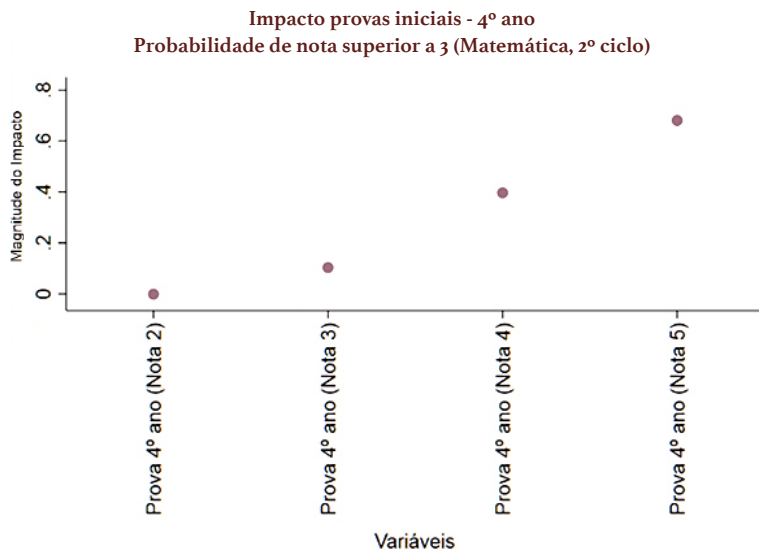




Em relação a um aluno que teve uma nota de 1 na prova final de 4º ano, ter uma nota de 2 aumenta a probabilidade de ter uma nota positiva na prova de 6º em 20 pontos percentuais. Contudo, ter uma nota de 4 aumenta esta probabilidade em 70 pontos percentuais e ter uma nota de 5 aumenta essa mesma probabilidade em 80 pontos percentuais.

Em relação a um aluno que teve uma nota de 1 na prova final de 4º ano, ter uma nota de 2 ou de 3 não aumenta a probabilidade de ter uma nota superior a 4 na prova de 6º ano. Contudo, ter uma nota de 5 aumenta essa probabilidade em 25 pontos percentuais.



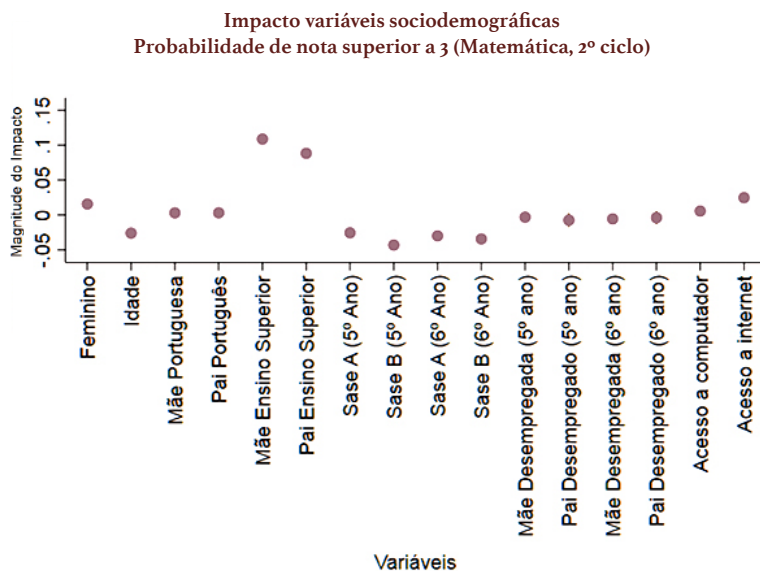
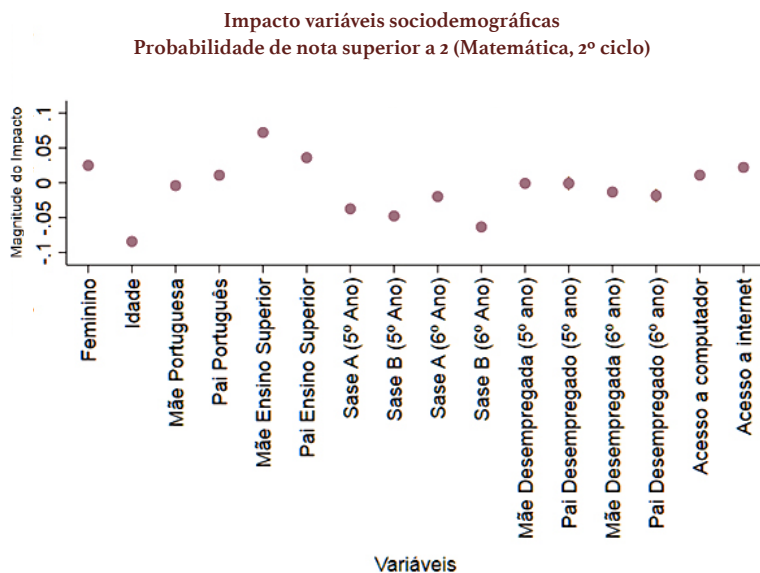


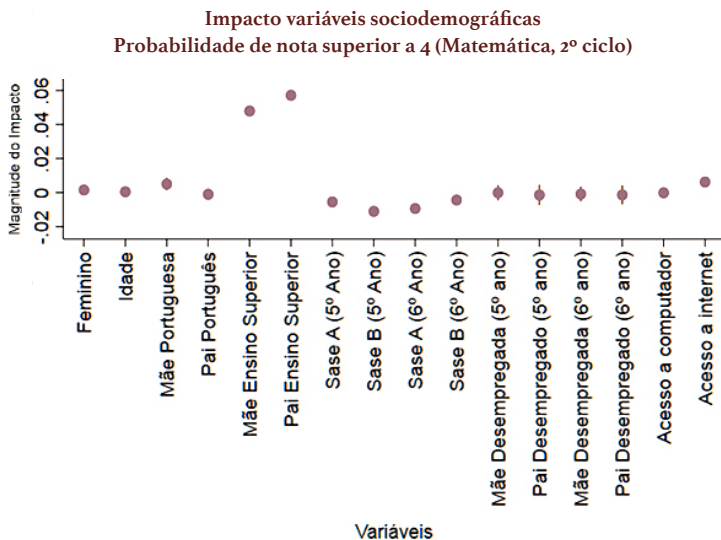
No caso da Matemática, ser rapariga tem um impacto reduzido na probabilidade de ter notas superiores a 2, 3 e 4.

A idade é de novo o factor que mais contribui para diminuir a probabilidade de obter uma nota positiva (maior que dois), ou uma nota maior que 3 ou 4.

A formação superior dos pais tem uma importância significativa, sendo maior na probabilidade de obter notas mais altas.

Factores como o SASE e a situação de desemprego dos pais têm mais impacto na obtenção de uma nota positiva do que numa nota mais alta.





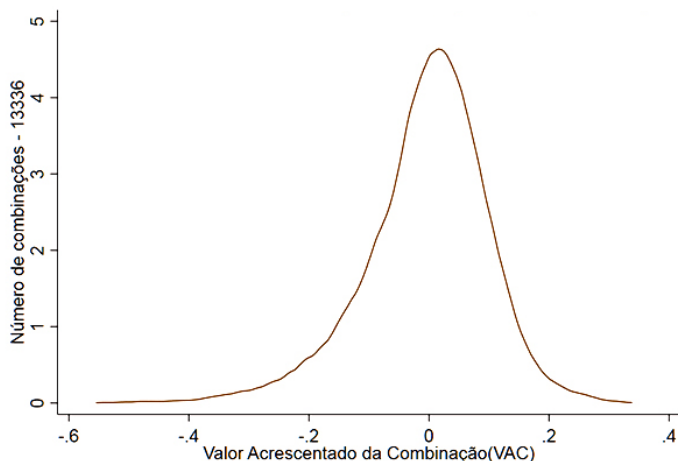
A estimação da especificação proposta em (1) permite estimar o Valor Acrescentado da Combinação de Professores, cujas distribuições para a probabilidade de ter uma nota superior a 2, 3 e 4 se reportam abaixo.

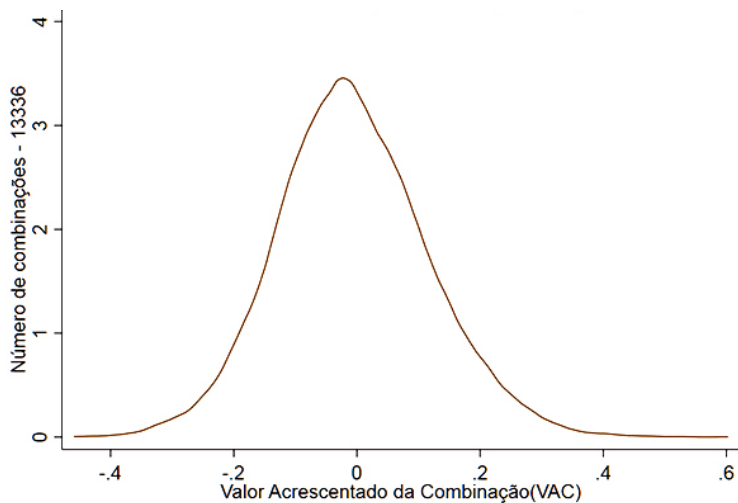
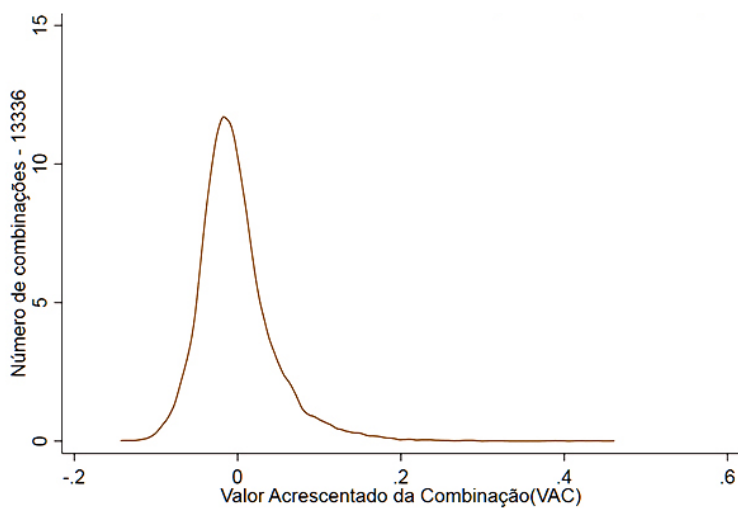
Por norma os valores acrescentados são lidos sob a forma de variação de desvios padrões. Mais à frente apresentaremos uma forma alternativa de reporte do VAC e do VAP, por forma a melhorar a sua interpretação.

Em Língua Portuguesa, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAC aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em 10 pontos percentuais; *ii)* uma nota superior a 3 em 13 pontos percentuais; *iii)* uma nota superior a 4 em 5 pontos percentuais.

As distribuições de *Kernel* do VAC são as seguintes:

VAC - Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, 2º ciclo)

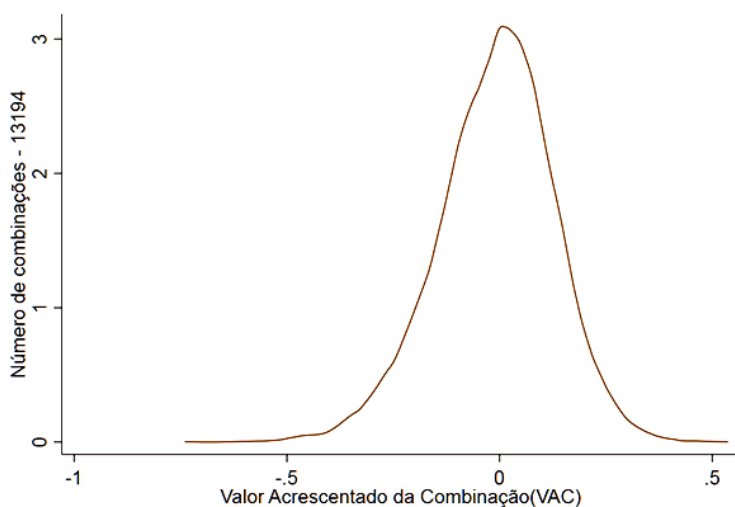


VAC - Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, 2º ciclo)**VAC - Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, 2º ciclo)**

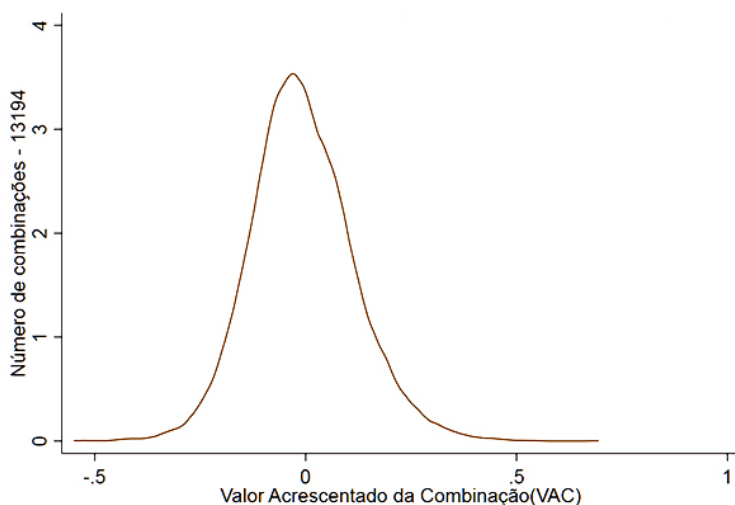
Em Matemática, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAC aumenta a probabilidade de ter *i*) uma nota superior a 2 em 14 pontos percentuais; *ii*) uma nota superior a 3 em 12 pontos percentuais; *iii*) uma nota superior a 4 em 6 pontos percentuais.

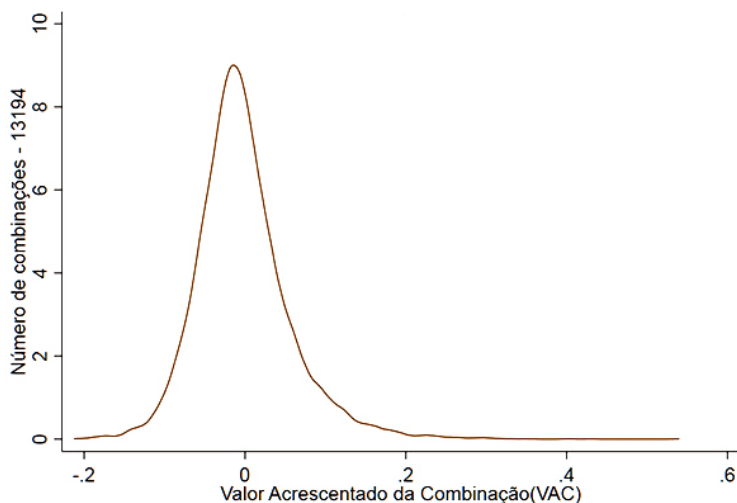
As distribuições de *Kernel* do VAC são as seguintes:

VAC - Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, 2º ciclo)



VAC - Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, 2º ciclo)

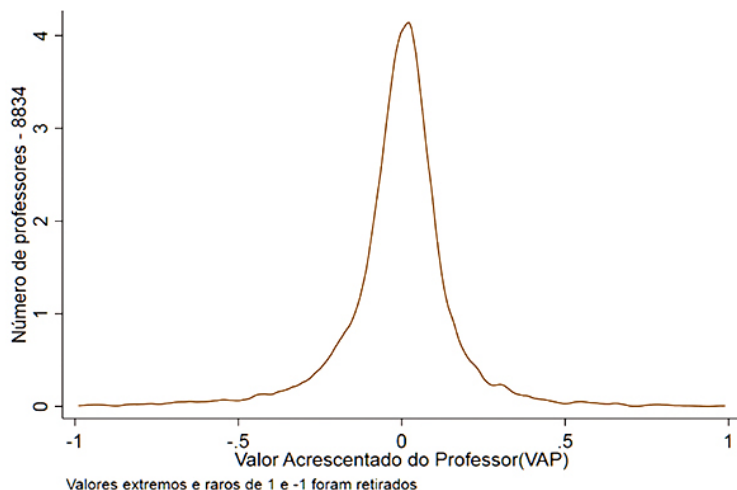


VAC - Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, 2º ciclo)

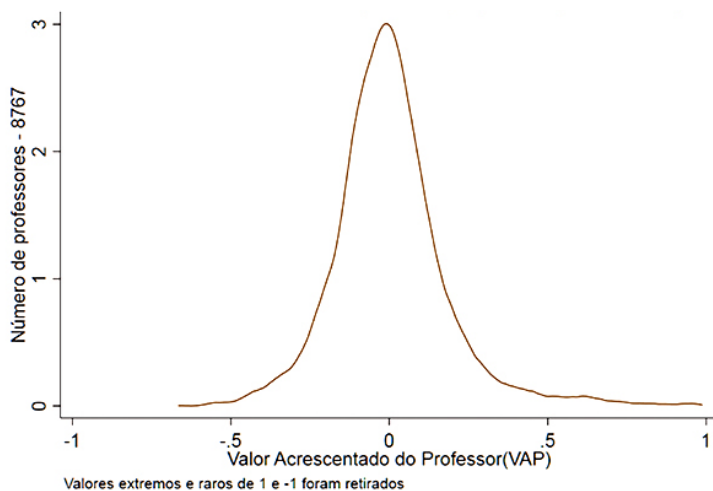
Após a estimação do VAC, a metodologia proposta para o 2º passo, permite recuperar a distribuição do Valor Acrescentado do Professor (VAP).

Se o aluno tiver o mesmo professor ao longo do 2º ciclo, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAP aumenta a probabilidade de ter i) uma nota superior a 2 em 17 pontos percentuais; ii) uma nota superior a 3 em 18 pontos percentuais; iii) uma nota superior a 4 em 7 pontos percentuais.

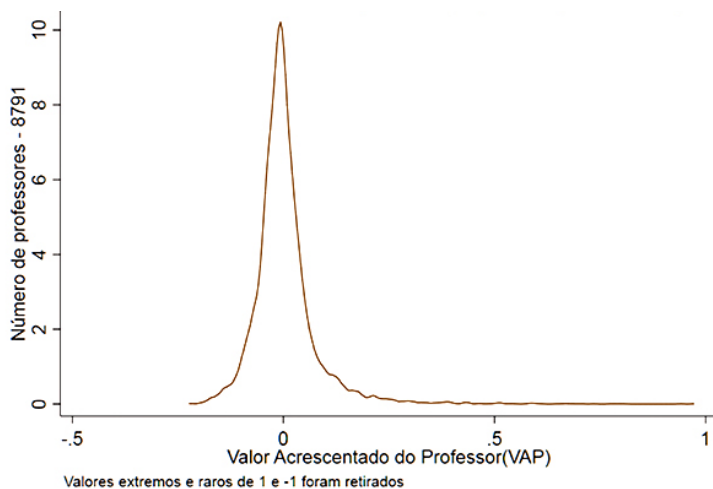
As distribuições de *Kernel* do VAP são as seguintes:

VAP - Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, 2ºciclo)

VAP - Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, 2ºciclo)



VAP - Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, 2ºciclo)



Adicionalmente, no 2º passo estimam-se os parâmetros referentes ao peso dos professores do 5º e 6º ano, bem como a elasticidade de substituição entre os dois professores, como detalhado na explicação da expressão em (4):

Parâmetros da função f : a , b , ρ e penalidade Língua Portuguesa			
	Probabilidade Nota >2	Probabilidade Nota >3	Probabilidade Nota >4
a (peso professor 5º ano)	0,33 (0,00)	0,45 (0,00)	0,52 (0,002)
b (peso professor 6º ano)	0,66 (0,00)	0,55 (0,00)	0,48 (0,00)
ρ (elasticidade)	0,19 (0,01)	-2,06 (0,008)	-4,93 (0,01)
Penalidade -Mudança de professor entre o 5º e 6º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)

(Erros padrão em parênteses)

O professor do 6º ano, aquele mais próximo do exame, tem um peso maior na probabilidade de o aluno ter uma nota positiva (0,52). Contudo, quando estudamos o impacto do professor na probabilidade de ter notas mais altas, os pesos dos dois professores tornam-se mais equilibrados, significando uma contribuição mais dividida entre os dois professores.

O parâmetro ρ fica mais negativo à medida que medimos a probabilidade de ter uma nota mais elevada. Tal significa que passamos de uma relação de maior substituíbilidade entre os professores para uma relação de maior complementaridade, o que implica que:

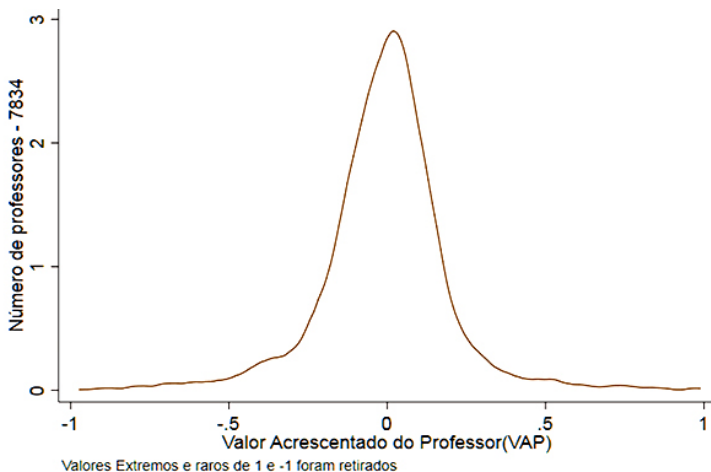
- Na probabilidade de ter uma nota positiva, um professor com alto VAP, pode, em parte compensar o impacto negativo de um professor com um baixo VAP.
- Contudo, na probabilidade de ter notas mais elevadas o impacto do professor com baixo VAP é mais dificilmente compensado por outro professor com um VAP maior.

A penalidade associada a mudar de professor é consistentemente igual a 0, o que significa que o princípio da continuidade pedagógica, por si, não parece ter impacto nos resultados dos alunos.

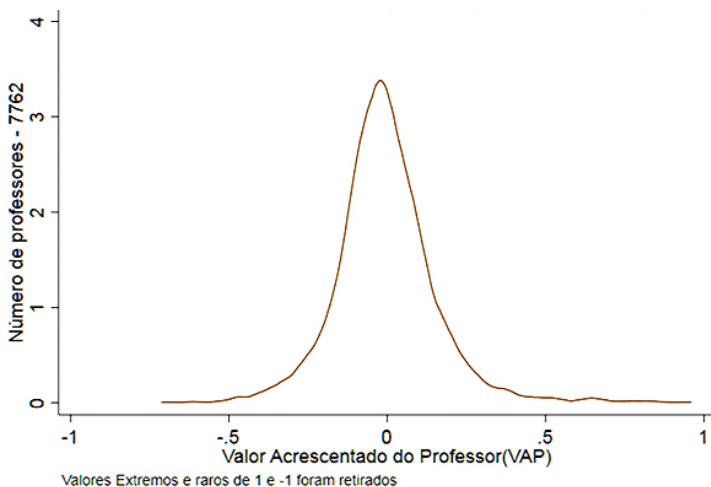
Em Matemática, se o aluno tiver o mesmo professor ao longo do 2º ciclo, uma **variação de um desvio padrão** na distribuição do VAP aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em 21 pontos percentuais; *ii)* uma nota superior a 3 em 16 pontos percentuais; *iii)* uma nota superior a 4 em 9 pontos percentuais.

As distribuições de *Kernel* do VAP são as seguintes:

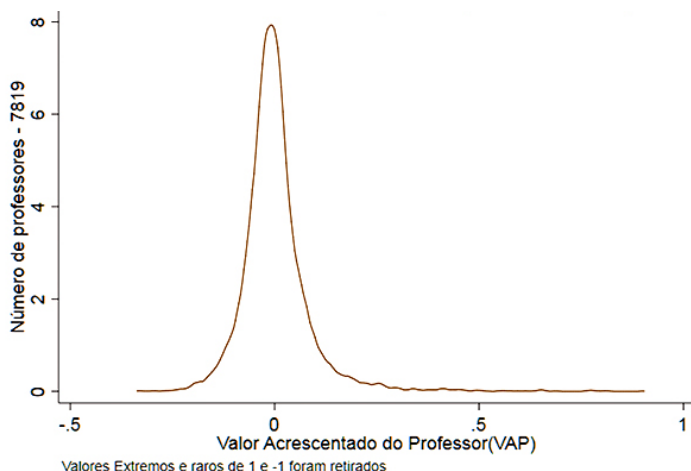
VAP - Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, 2ºciclo)



VAP - Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, 2ºciclo)



VAP - Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, 2ºciclo)



Reportamos abaixo os parâmetros da função $f(\dots)$ para o caso dos resultados a Matemática no 2º ciclo:

Parâmetros da função f : a, b, ρ e penalidade Matemática			
	Probabilidade Nota >2	Probabilidade Nota >3	Probabilidade Nota >4
a (peso professor 5º ano)	0,30 (0,00)	0,35 (0,00)	0,43 (0,00)
b (peso professor 6º ano)	0,70 (0,00)	0,65 (0,00)	0,57 (0,00)
ρ (elasticidade)	-0,3 (0,005)	-2,32 (0,006)	-4,43 (0,01)
Penalidade -Mudança de professor entre o 5º e 6º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)

(Erros padrão em parênteses)

Tal como em Língua Portuguesa, o professor do 6º ano tem um peso maior na probabilidade de o aluno ter uma nota positiva (0,70). Contudo, quando estudamos o impacto do professor na probabilidade de ter notas mais altas, os pesos dos dois professores tornam-se mais semelhantes.

De novo, o parâmetro ρ diminui à medida que medimos a probabilidade de ter uma nota mais elevada, ou seja:

- Na probabilidade de ter uma nota positiva, um professor de Matemática com alto VAP, pode em parte compensar o impacto negativo de um professor de Matemática com um baixo VAP;

- Quando medimos a probabilidade de ter notas mais elevadas o impacto do professor de Matemática com baixo VAP é mais dificilmente compensado por outro professor de Matemática com um VAP maior;

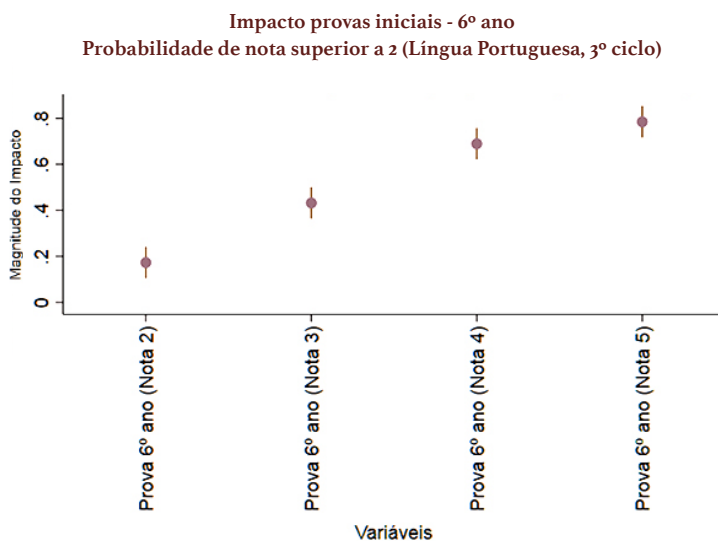
A penalidade associada a mudar de professor é de novo igual a 0 para todos os casos, mostrando um impacto nulo de trocar de professor de Matemática entre o 5º e o 6º ano.

4.2 Estimação VAC e VAP (3º ciclo)

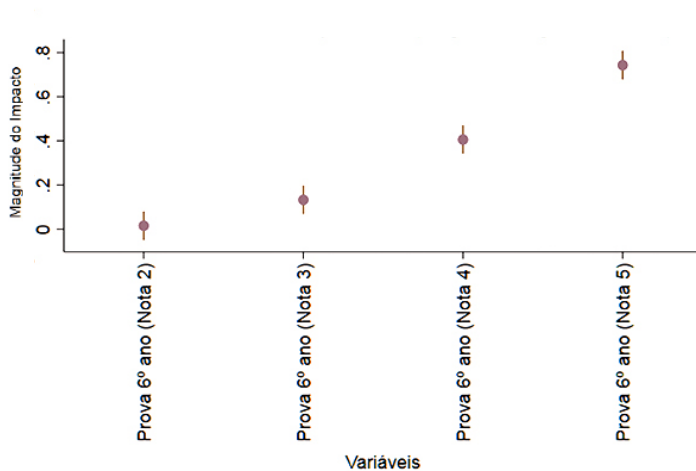
Os impactos dos resultados da prova de 6º ano nos resultados da prova de 9º ano são, em magnitude, muito semelhantes aos que encontramos para o 2º ciclo do impacto da prova de 4º ano nos resultados da prova de 6º ano.

Em relação a um aluno que teve, a Língua Portuguesa, uma nota de 1 na prova final de 6º ano, ter uma nota de 2 aumenta a probabilidade de ter uma nota positiva na prova de 9º em 20 pontos percentuais. Contudo ter uma nota de 5 aumenta essa probabilidade em 80 pontos percentuais.

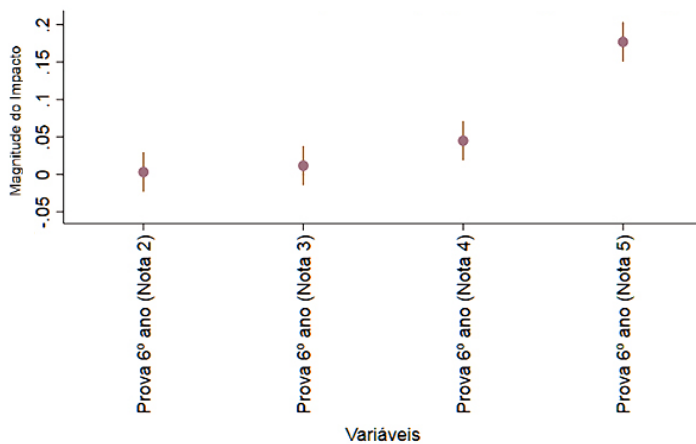
Em relação a um aluno que teve uma nota de 1 na prova final de 6º ano, ter uma nota de 2 não aumenta a probabilidade de ter uma nota superior a 4 na prova de 9º ano. Contudo ter uma nota de 5 aumenta essa probabilidade em 20 pontos percentuais.



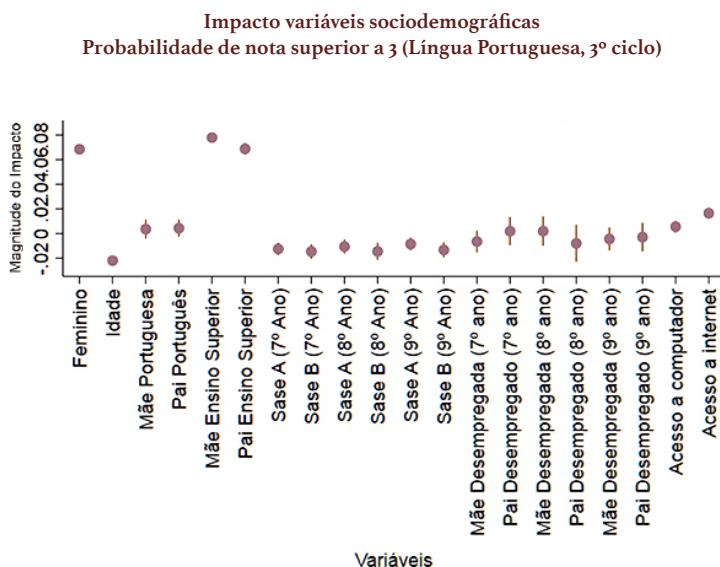
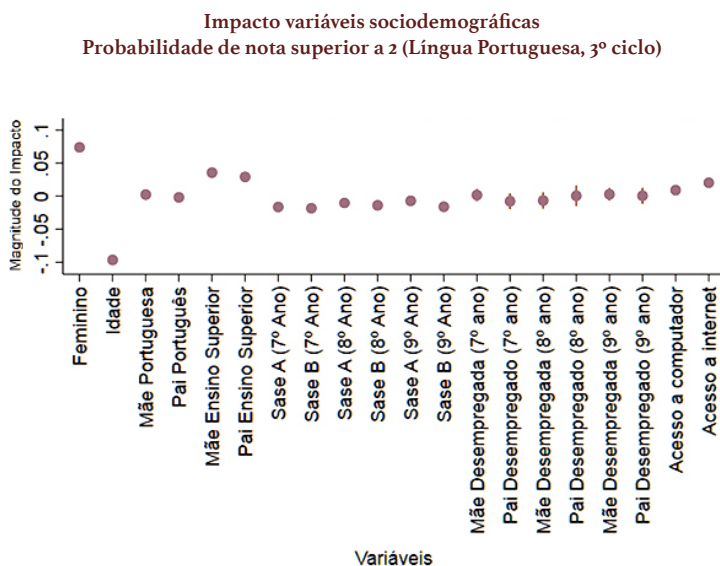
Impacto provas iniciais - 6º ano Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



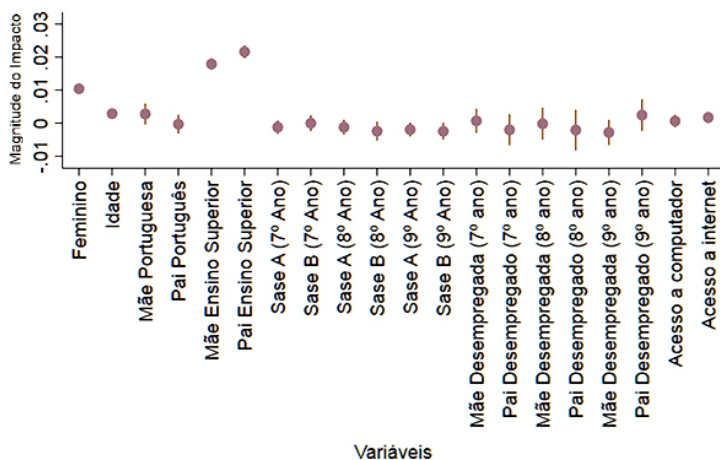
Impacto provas iniciais - 6º ano Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



Tal como para o 2º ciclo, as variáveis ser rapariga e formação superior dos pais são as que têm um maior impacto positivo na probabilidade de ter notas superiores a 2, 3 e 4 na prova de Língua Portuguesa no final do 9º ano:



Impacto variáveis sociodemográficas
Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)

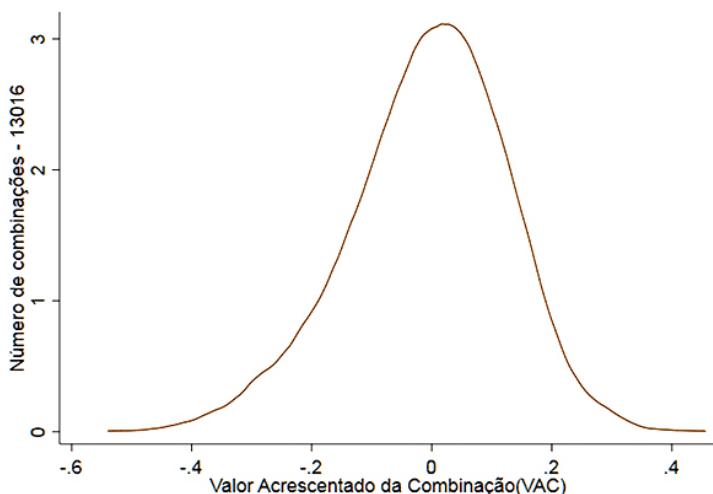


Tal como no caso anterior do 2º ciclo este primeiro passo permite-nos recuperar a distribuição do Valor Acrescentado da Combinação de Professores.

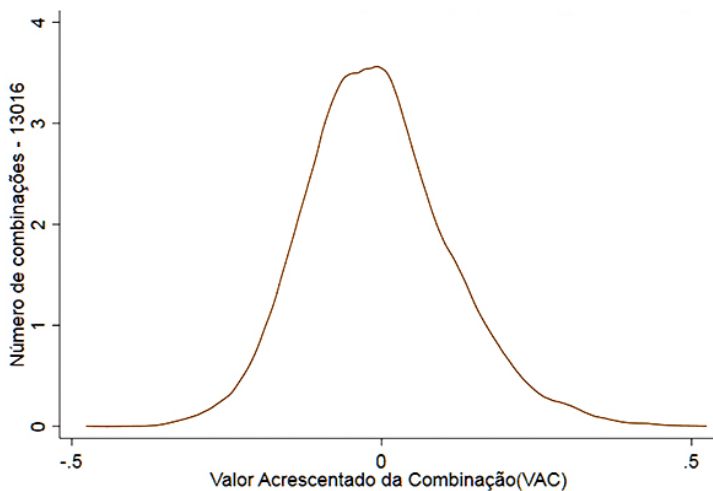
Em Língua Portuguesa, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAC aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em 13 pontos percentuais; *ii)* uma nota superior a 3 em 12 pontos percentuais; *iii)* uma nota superior a 4 em 4 pontos percentuais.

As distribuições de *Kernel* do VAC são as seguintes:

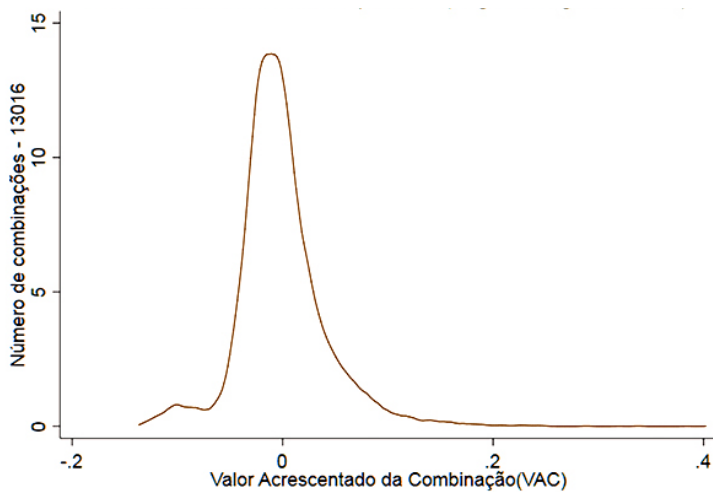
VAC - Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



VAC - Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)

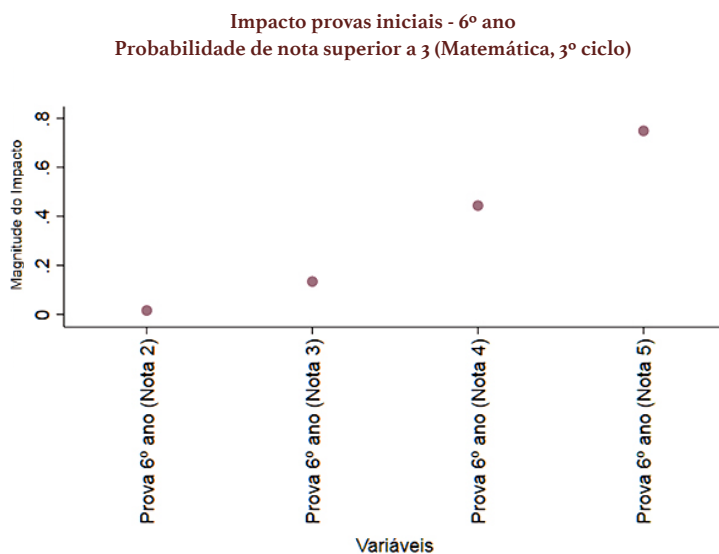
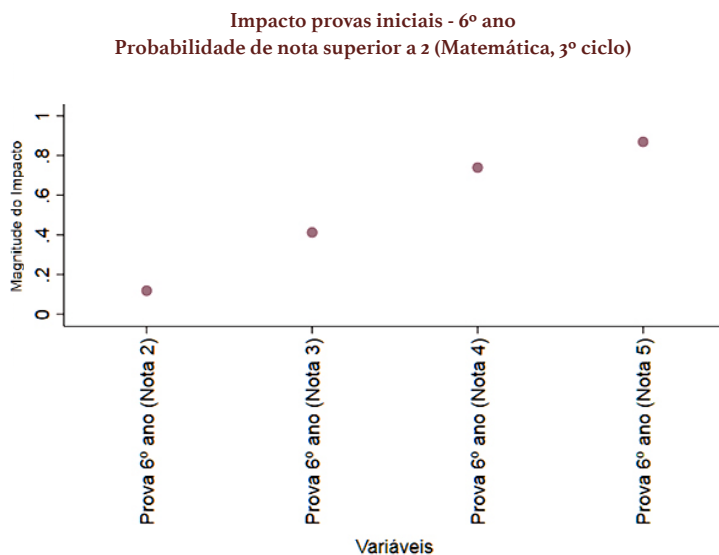


VAC - Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)

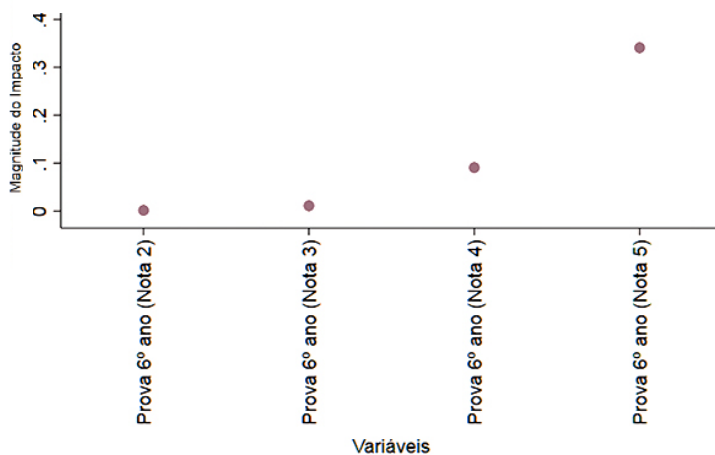


No caso de Matemática no 3º ciclo, voltamos a notar uma relação positiva entre o resultado na prova do final do 6º ano e os resultados 3 anos depois no final do 9º ano.

Esta relação é particularmente vincada na probabilidade de ter uma nota superior a 2 e a 3 no final no 9º ano.

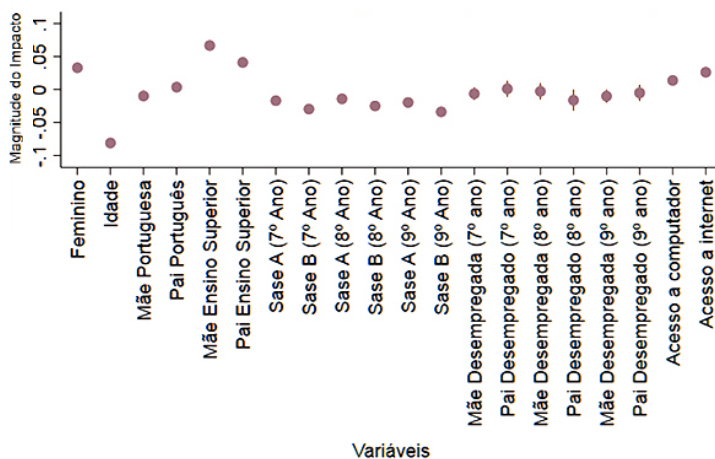


Impacto provas iniciais - 6º ano
 Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, 3º ciclo)

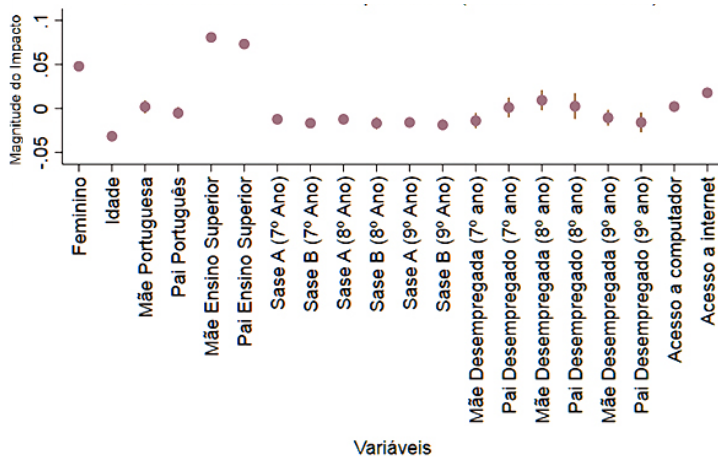


No caso dos resultados de Matemática no final do 3º ciclo notamos que ser rapariga tem um impacto mais concentrado na probabilidade de ter notas mais elevadas e que a formação dos pais volta, como anteriormente, a ter um impacto positivo.

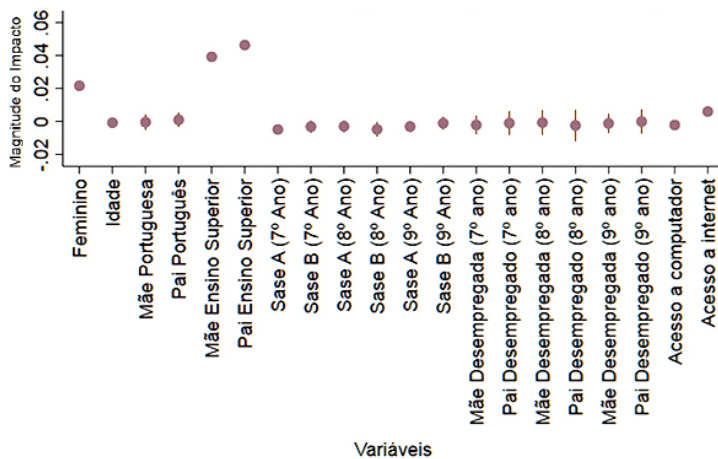
Impacto variáveis sociodemográficas
 Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, 3º ciclo)



Impacto variáveis sociodemográficas
 Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, 3º ciclo)



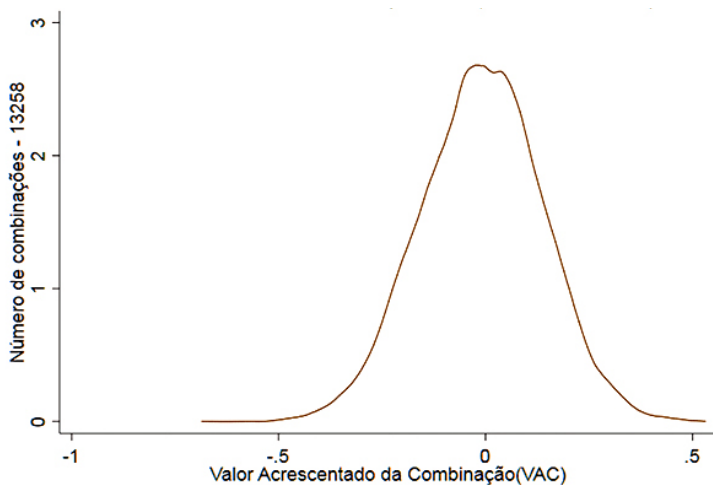
Impacto variáveis sociodemográficas
 Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, 3º ciclo)



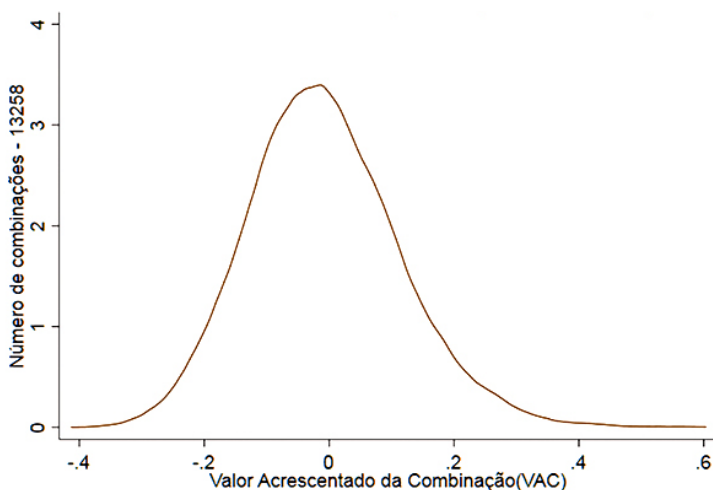
Em Matemática, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAC aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em 15 pontos percentuais; *ii)* uma nota superior a 3 em 12 pontos percentuais; *iii)* uma nota superior a 4 em 6 pontos percentuais.

As distribuições de *Kernel* do VAC são as seguintes:

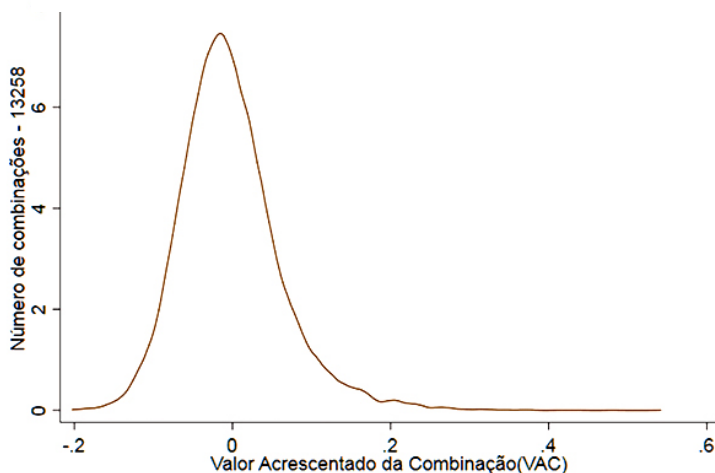
VAC - Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, 3º ciclo)



VAC - Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, 3º ciclo)



VAC - Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, 3º ciclo)

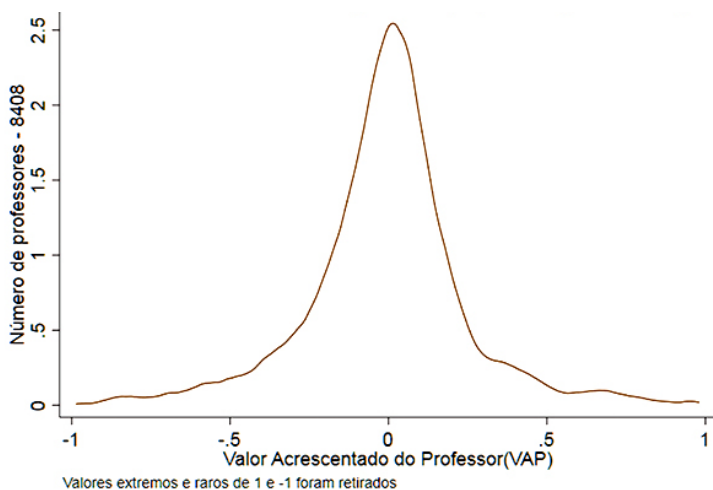


Após a estimação do VAC seguimos de novo a metodologia proposta para o 2º passo segundo a condição de momento em (6), sendo assim possível recuperar a distribuição do Valor Acrescentado do Professor (VAP).

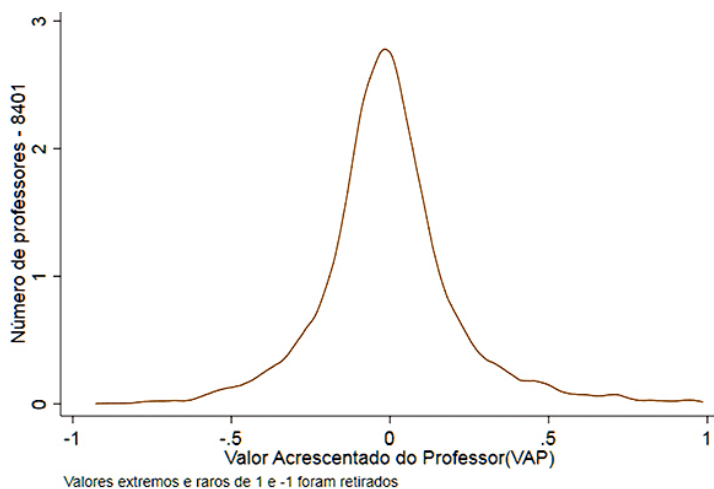
Se o aluno tiver o mesmo professor ao longo do 3º ciclo, uma **variação de um desvio padrão** na distribuição do VAP aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em 25 pontos percentuais; *ii)* uma nota superior a 3 em 24 pontos percentuais; *iii)* uma nota superior a 4 em 9 pontos percentuais.

As distribuições de *Kernel* do VAP são as seguintes:

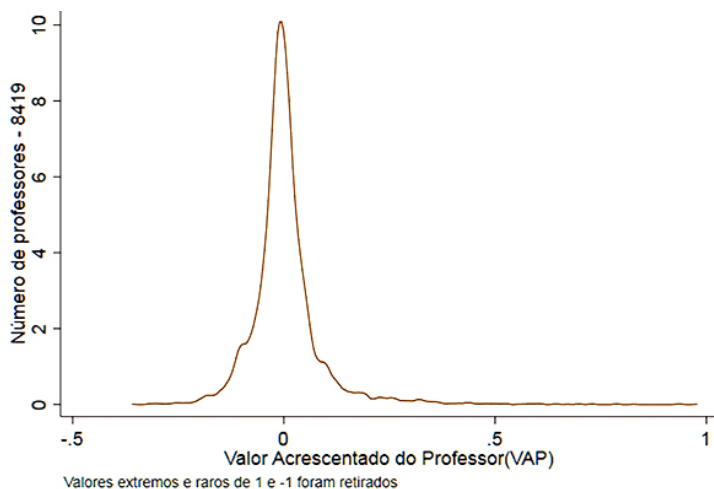
VAP - Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



VAP - Probabilidade de nota superior a 3 (Lingua Portuguesa, 3º ciclo)



VAP - Probabilidade de nota superior a 4 (Lingua Portuguesa, 3º ciclo)



Adicionalmente, no 2º passo são estimados os parâmetros referentes ao peso do professor do 7º, 8º e 9º ano, bem como a elasticidade de substituição entre os dois professores, como detalhado na explicação da expressão em (5) e as penalidades associadas à mudança de professor:

Parâmetros da função f : a , b , ρ e penalidades Língua Portuguesa			
	Probabilidade Nota >2	Probabilidade Nota >3	Probabilidade Nota >4
a (peso professor 7º ano)	0,29 (0,00)	0,32 (0,00)	0,41 (0,001)
b (peso professor 8º ano)	0,29 (0,00)	0,29 (0,00)	0,38 (0,00)
c (peso professor 9º ano)	0,41 (0,00)	0,33 (0,00)	0,30 (0,00)
ρ (elasticidade)	-0,35 (0,00)	-0,95 (0,00)	-4,08 (0,007)
Penalidade – Mudança de professor entre o 7º e 8º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)
Penalidade – Mudança de professor entre o 8º e 9º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)

(Erros padrão em parênteses)

Na estimação dos pesos dos professores voltamos a observar para o caso de Língua Portuguesa do 3º ciclo que quando se mede a probabilidade de ter uma nota positiva (superior a 2) é o professor junto à prova final (o do 9º ano) que tem uma maior relevância. Contudo, quando se mede a probabilidade de ter notas mais altas, o peso dos professores torna-se mais equilibrado.

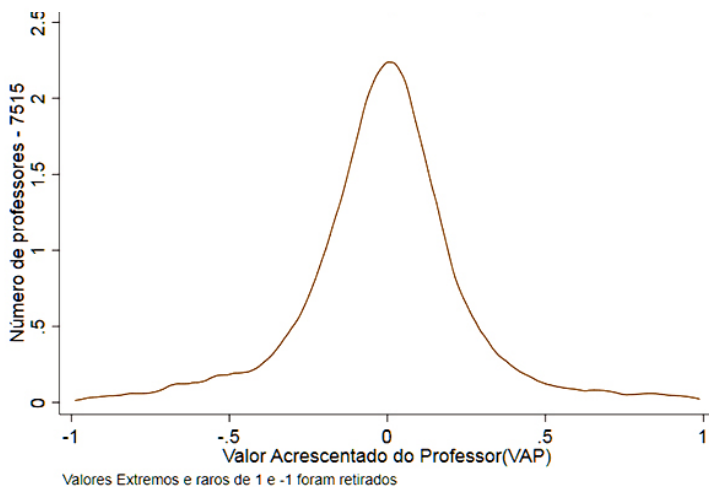
De novo, o parâmetro ρ diminui à medida que se mede a probabilidade de ter uma nota mais elevada, indicando que os professores com VAP mais baixo têm um impacto mais prevalente e difícil de compensar na probabilidade de ter notas mais altas.

A penalidade associada a mudar de professor volta a estimar-se como igual a 0, não denotando qualquer impacto de mudar de professor, quer entre o 7º e o 8º ano, quer entre o 8º e o 9º ano.

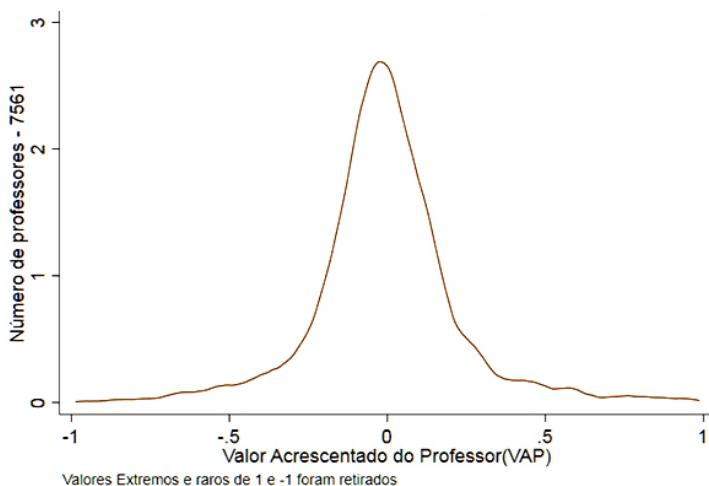
Em Matemática, se o aluno tiver o mesmo professor ao longo do 3º ciclo, uma **variação de um desvio padrão na distribuição do VAP aumenta a probabilidade de ter i) nota superior a 2 em 26 pontos percentuais; ii) uma nota superior a 3 em 23 pontos percentuais; iii) uma nota superior a 4 em 12 pontos percentuais.**

As distribuições de *Kernel* do VAP são as seguintes:

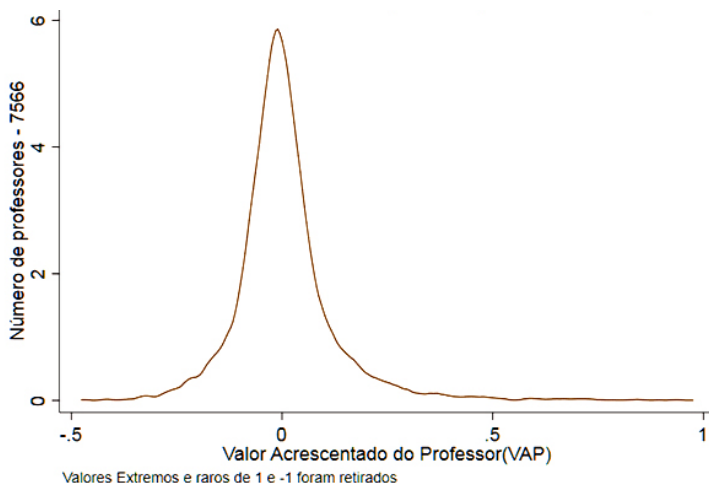
VAP - Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, 3º ciclo)



VAP - Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, 3º ciclo)



VAP - Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, 3º ciclo)



Reportamos abaixo os parâmetros da função $f(\dots)$ para o caso dos resultados a Matemática no 3º ciclo:

Parâmetros da função f : a, b, ρ e penalidades Matemática			
	Probabilidade Nota >2	Probabilidade Nota >3	Probabilidade Nota >4
a (peso professor 7º ano)	0,24 (0,00)	0,27 (0,00)	0,38 (0,00)
b (peso professor 8º ano)	0,23 (0,00)	0,21 (0,00)	0,22 (0,00)
c (peso professor 9º ano)	0,54 (0,00)	0,51 (0,00)	0,39 (0,00)
ρ (elasticidade)	-0,54 (0,00)	-0,83 (0,00)	-2,91 (0,01)
Penalidade – Mudança de professor entre o 7º e 8º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)
Penalidade – Mudança de professor entre o 8º e 9º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)

(Erros padrão em parênteses)

Os pesos dos professores voltam a ser mais equilibrados na probabilidade de ter notas mais altas, mas no caso de Matemática no 3º ciclo este equilíbrio é mais evidente na probabilidade de ter uma nota superior a 4.

De novo, o parâmetro ρ diminui à medida que medimos a probabilidade de ter uma nota mais elevada, indicando que os professores de Matemática com VAP mais baixo têm um impacto mais prevalente e difícil de compensar quando medimos a probabilidade de ter notas mais altas.

A penalidade associada a mudar de professor de Matemática é de novo igual a 0, não havendo impacto de mudar de professor, quer entre o 7º e o 8º ano, quer entre o 8º e o 9º ano.

4.3 Estimação VAC e VAP (Ensino Secundário)

Como explanado na descrição da metodologia, as notas de 9º e 12º ano estão reportadas numa escala de 0-100 (9º ano) e numa escala de 0-200 (12º ano).

Tal permite que os dois passos que constituem a metodologia possam ser feitos considerando dois tratamentos diferentes das notas:

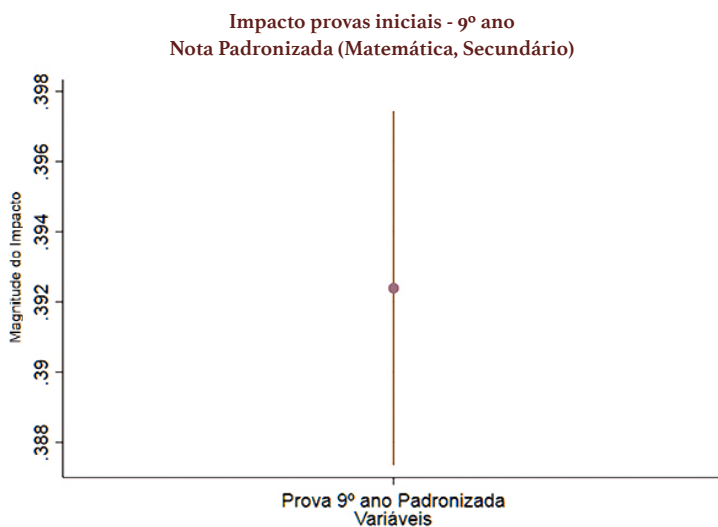
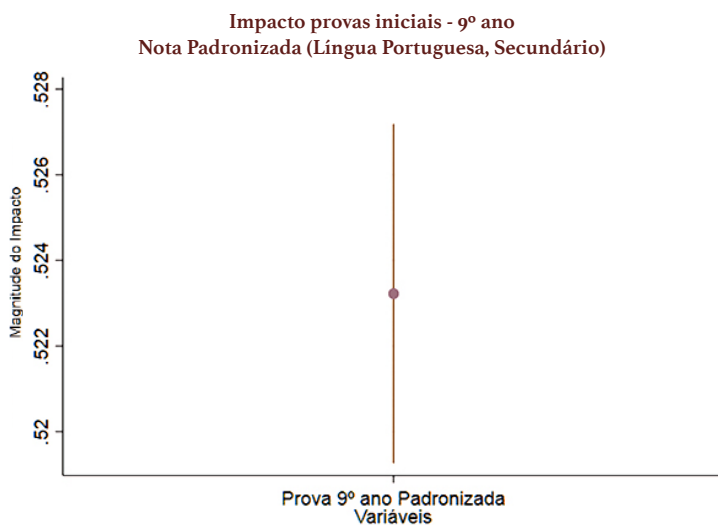
- **Padronizando as notas de 9º e 12º ano**, transformação para obter média 0 e desvio padrão 1;
- Por forma a garantir uma maior comparabilidade com os resultados obtidos para o 2º ciclo e para o 3º ciclo, as notas do 9º e 12º ano também foram tratadas numa escala de 1-5. No caso das notas do 12º ano, tal foi feito assumindo: *i)* nota superior a 2 equivale a mais de 100 pontos; *ii)* nota superior a 3 equivale a mais de 138 pontos; *iii)* nota superior a 4 equivale a mais de 178 pontos;

Todos os resultados serão reportados considerando as duas possibilidades.

As notas obtidas no final do 9º ano mostram-se muito significativas na formação da nota da mesma disciplina no final do 12º ano.

Um aumento de um desvio padrão na nota de Língua Portuguesa no final do 9º ano aumenta a nota de Língua Portuguesa no final do 12º ano em cerca de 50 pontos percentuais de um desvio padrão.

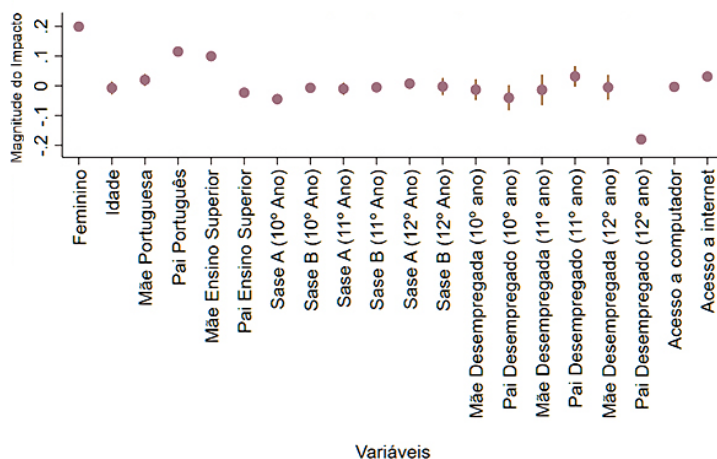
Um aumento de um desvio padrão na nota de Matemática no final do 9º ano aumenta a nota de Língua Portuguesa no final do 12º ano em cerca de 40 pontos percentuais de um desvio padrão.



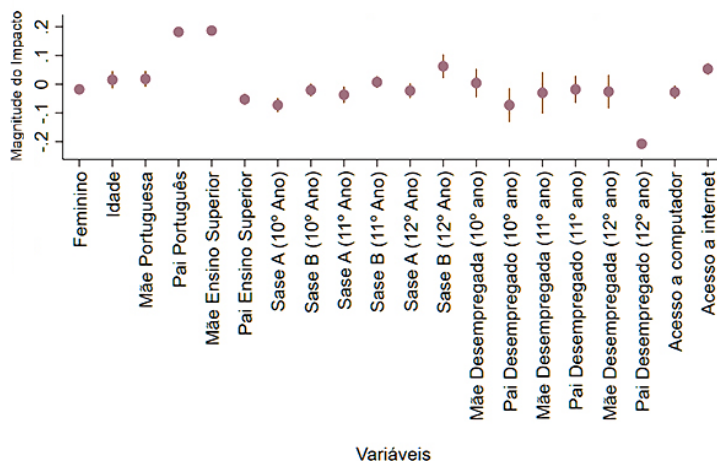
Nos resultados de Língua Portuguesa e de Matemática no final do 12º ano, salientam-se o impacto positivo da formação da mãe e da nacionalidade portuguesa do pai. Como impacto negativo de sublinhar o facto de o pai estar desempregado no 12º ano.

O facto de ser rapariga tem um impacto positivo significativamente maior no resultado de Língua Portuguesa.

Impacto variáveis sociodemográficas
Nota Padronizada (Língua Portuguesa, Secundário)



Impacto variáveis sociodemográficas
Nota Padronizada (Matemática, Secundário)

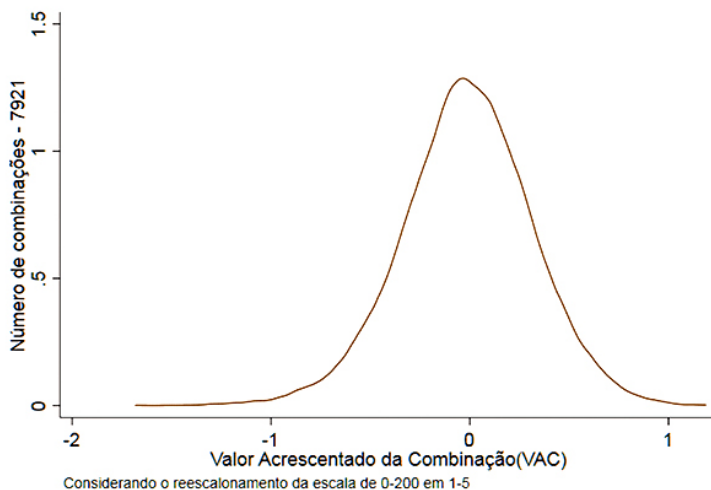


Em Língua Portuguesa, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAC aumenta a nota no final do secundário em 33 pontos percentuais de um desvio padrão.

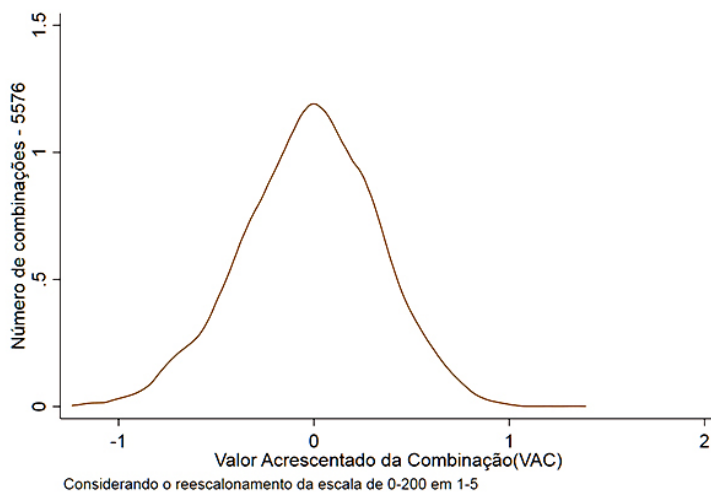
Em Matemática, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAC aumenta a nota no final do secundário em 35 pontos percentuais de um desvio padrão.

As distribuições de *Kernel* do VAC são as seguintes:

VAC - Nota Padronizada (Língua Portuguesa, Secundário)



VAC - Nota Padronizada (Matemática, Secundário)

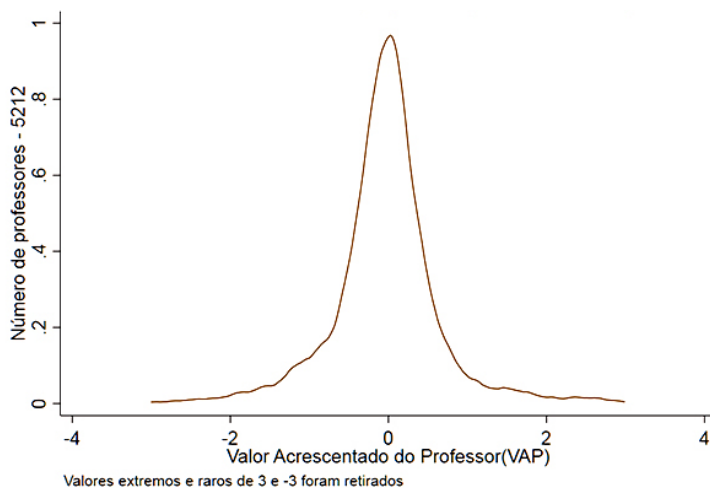


Em Língua Portuguesa, caso o aluno tenha o mesmo professor entre o 10º e o 12º ano, uma **variação de um desvio padrão na distribuição do VAP aumenta a nota no final do secundário em 68 pontos percentuais de um desvio padrão.**

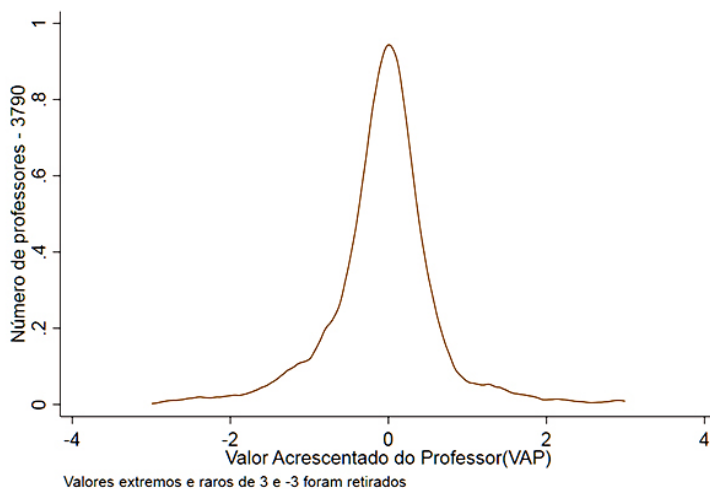
Em Matemática, caso o aluno tenha o mesmo professor entre o 10º e o 12º ano, uma **variação de um desvio padrão na distribuição do VAP aumenta a nota no final do secundário em 68 pontos percentuais de um desvio padrão.**

As distribuições de *Kernel* do VAP são as seguintes:

VAP - Nota Padronizada (Língua Portuguesa, Secundário)



VAP - Nota Padronizada (Matemática, Secundário)



No 2º passo são estimados os parâmetros referentes ao peso dos professores do 10º, 11º ano e 12º ano, bem como a elasticidade de substituição entre os professores, como detalhado na explicação da expressão em (6):

Parâmetros da função f : a , b , ρ e penalidades Língua Portuguesa e Matemática		
	Língua Portuguesa	Matemática
a (peso professor 10ºano)	0,25 (0,00)	0,25 (0,00)
b (peso professor 11ºano)	0,26 (0,00)	0,20 (0,00)
c (peso professor 9ºano)	0,49 (0,00)	0,55 (0,00)
ρ (elasticidade)	-0,12 (0,00)	-0,21 (0,00)
Penalidade – Mudança de professor entre o 10º e 11º ano	0 (0,00)	0 (0,00)
Penalidade – Mudança de professor entre o 11º e 12º ano	0 (0,00)	0 (0,00)

(Erros padrão em parênteses)

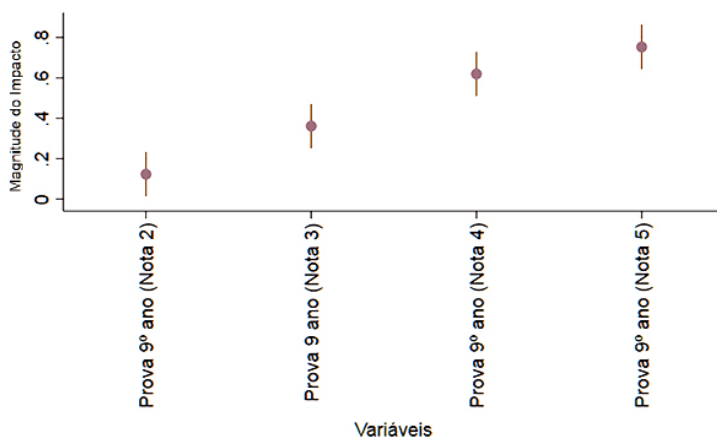
O professor com maior peso, tanto em Língua Portuguesa como em Matemática, é o do 12º ano, aquele mais próximo do exame.

A penalidade associada a mudar de professor de Língua Portuguesa ou Matemática é de novo igual a 0, não havendo impacto de mudar de professor, quer entre o 10º e o 11º ano, quer entre o 11º e o 12º ano.

Reportamos agora os resultados considerando a escala de 0-200 reescalada numa escala de 1-5.

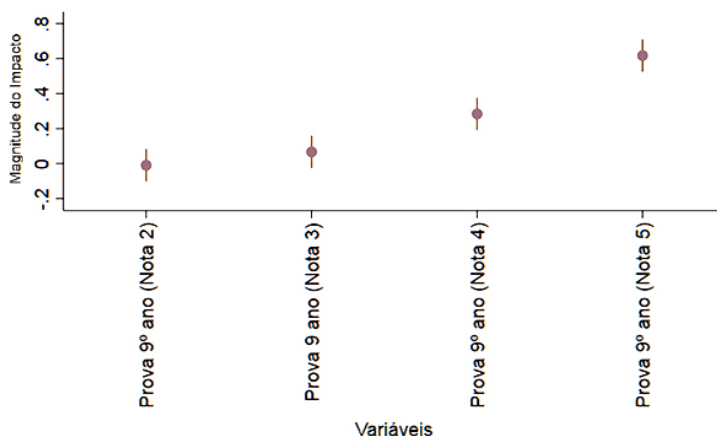
Em Língua Portuguesa notamos de novo uma grande relevância das notas no final do 9º ano, em particular na probabilidade de ter uma nota superior a 2 e 3. Este impacto é substancialmente menor na probabilidade de um nota superior a 4.

Impacto provas iniciais - 9º ano
Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, Secundário)



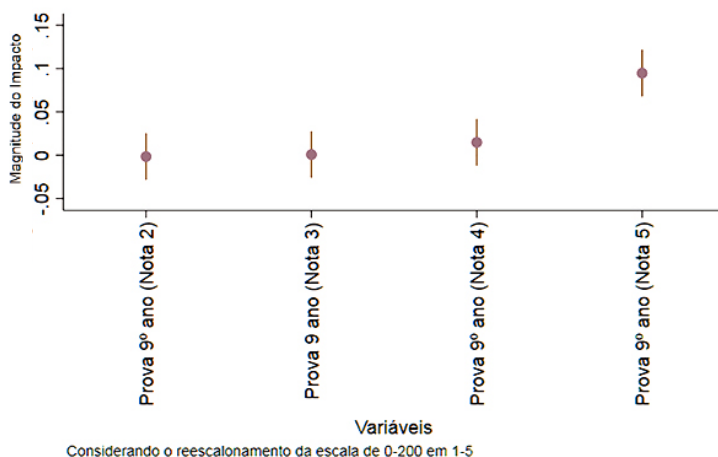
Considerando o reescalamento da escala de 0-200 em 1-5

Impacto provas iniciais - 9º ano
Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, Secundário)



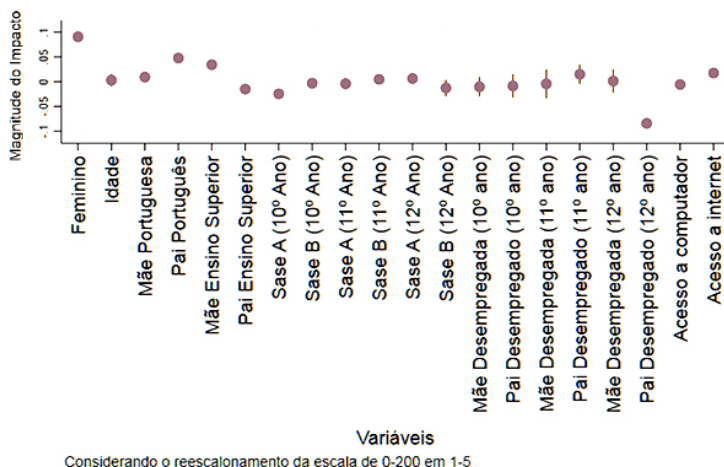
Considerando o reescalamento da escala de 0-200 em 1-5

Impacto provas iniciais - 9º ano Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, Secundário)

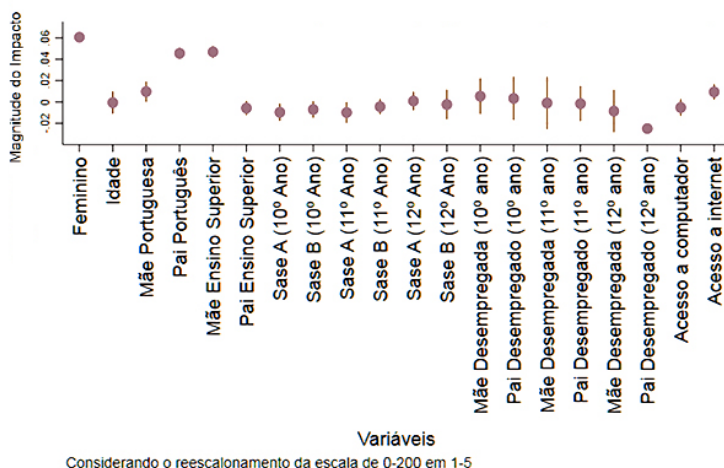


O facto de ser rapariga, a nacionalidade do pai e a formação de ensino superior da mãe são de novo os factores que mais positivamente contribuem para o resultado dos alunos em Língua Portuguesa no final do 12º ano. De sublinhar que muitas variáveis têm um impacto nulo ou não significativo.

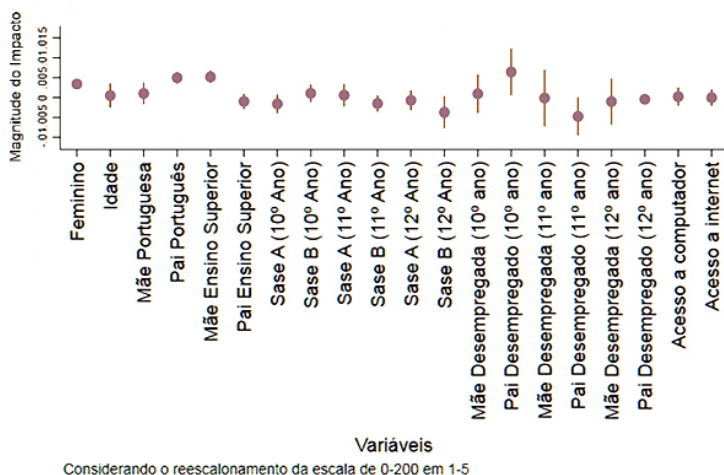
Impacto variáveis sociodemográficas Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, Secundário)



Impacto variáveis sociodemográficas Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, Secundário)



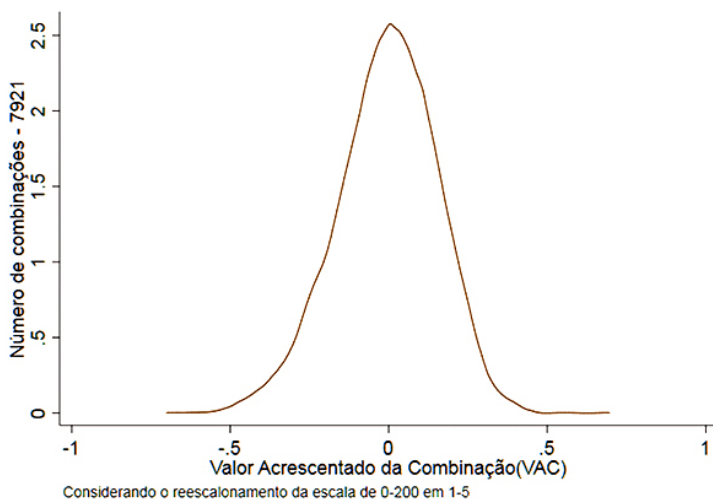
Impacto variáveis sociodemográficas Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, Secundário)



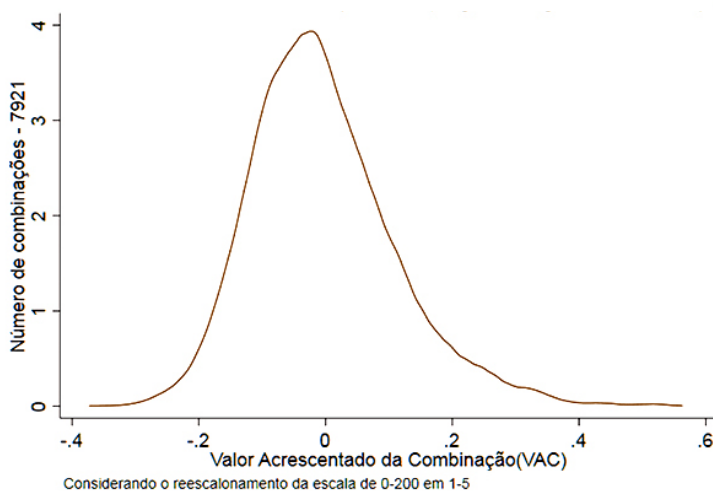
Em Língua Portuguesa, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAC aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em 15 pontos percentuais; *ii)* uma nota superior a 3 em 12 pontos percentuais; *iii)* uma nota superior a 4 em 6 pontos percentuais.

As distribuições de *Kernel* do VAC são as seguintes:

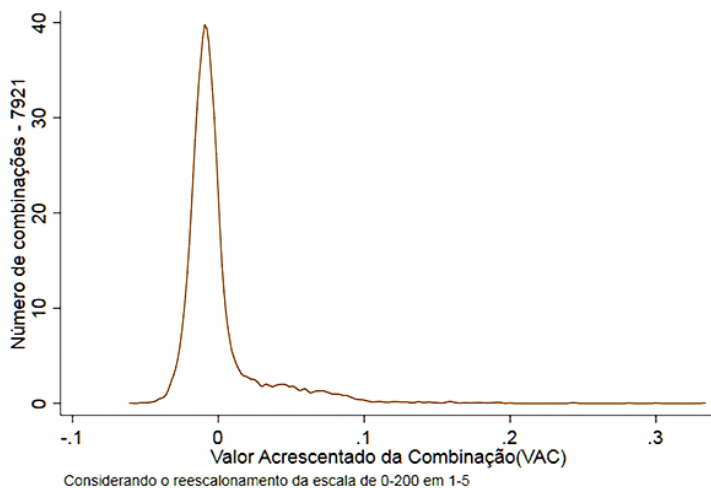
VAC - Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, Secundário)



VAC - Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, Secundário)



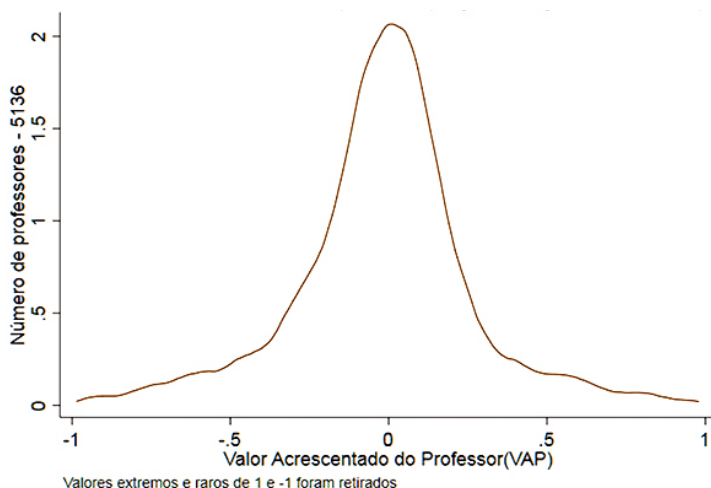
VAC - Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, Secundário)

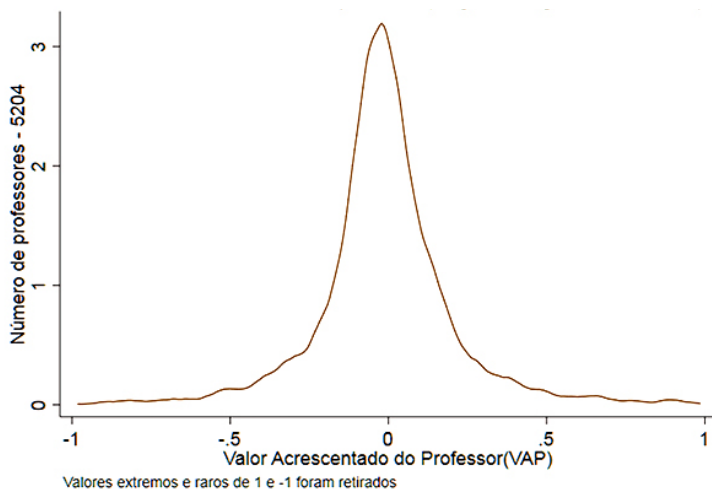
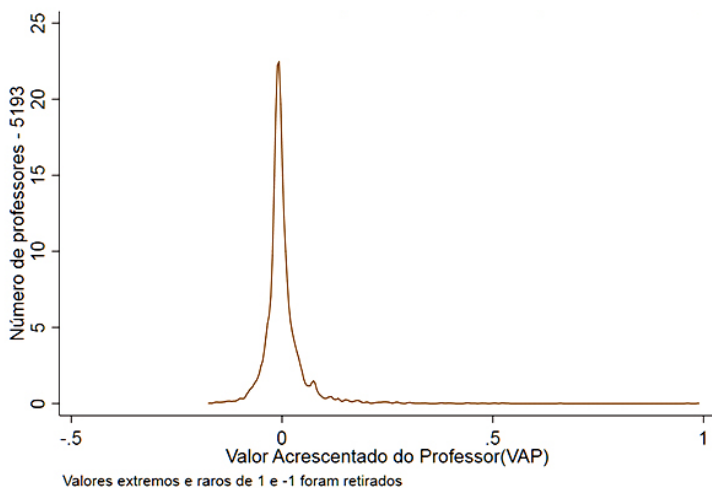


Se o aluno tiver o mesmo professor ao longo do Ensino Secundário, uma **variação de um desvio padrão** na distribuição do VAP aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em 28 pontos percentuais; *ii)* uma nota superior a 3 em 22 pontos percentuais; *iii)* uma nota superior a 4 em 7 pontos percentuais.

As distribuições de *Kernel* do VAP são as seguintes:

VAP - Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, Secundário)



VAP - Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, Secundário)**VAP - Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, Secundário)**

No 2º passo estimam-se os parâmetros referentes ao peso do professor do 10º, 11º ano e 12º ano, bem como a elasticidade de substituição entre os professores, como detalhado na explicação da expressão em (6):

Parâmetros da função f : a , b , c e penalidades Língua Portuguesa			
	Probabilidade Nota >2	Probabilidade Nota >3	Probabilidade Nota >4
a (peso professor 10º ano)	0,27 (0,00)	0,33 (0,00)	0,41 (0,00)
b (peso professor 11º ano)	0,32 (0,00)	0,23 (0,00)	0,23 (0,00)
c (peso professor 12º ano)	0,41 (0,00)	0,45 (0,00)	0,36 (0,00)
ρ (elasticidade)	-0,29 (0,00)	-0,45 (0,01)	-7 (0,01)
Penalidade – Mudança de professor entre o 10º e 11º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)
Penalidade – Mudança de professor entre o 11º e 12º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)

(Erros padrão em parênteses)

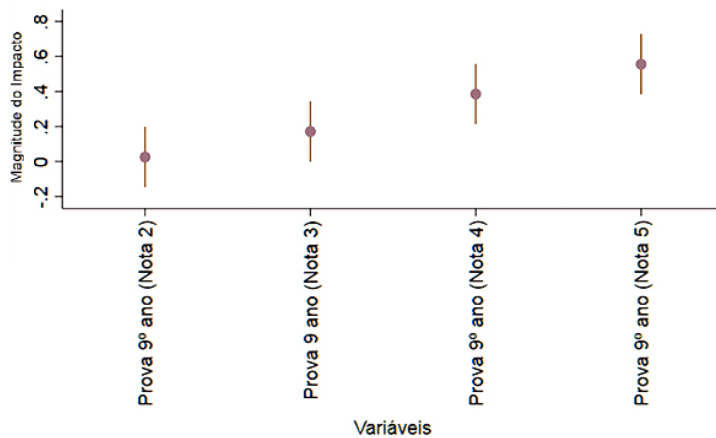
Relativamente ao peso dos professores, estes são equilibrados na probabilidade de ter notas mais altas, sendo esta simetria mais evidente na probabilidade de ter uma nota superior a 4.

De novo, o parâmetro ρ diminui à medida que medimos a probabilidade de ter uma nota mais elevada, indicando que o impacto dos professores de Língua Portuguesa com VAP's mais baixos é mais prevalente e difícil de ser compensado por outros professores com VAP's mais elevados.

A penalidade associada a mudar de professor de Língua Portuguesa é igual a 0, não havendo impactos de mudar de professor, quer entre o 10º e o 11º ano, quer entre o 11º e o 12º ano.

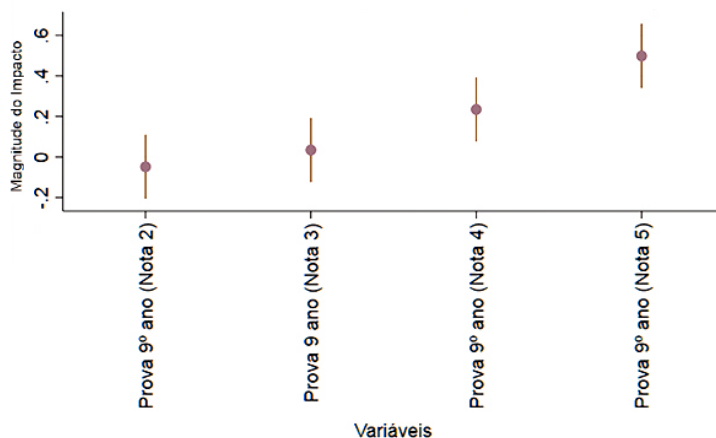
Em Matemática notamos de novo uma grande relevância das notas do 9º ano, em particular na probabilidade de obtenção de uma nota superior a 2 e 3.

Impacto provas iniciais - 9º ano
Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, Secundário)



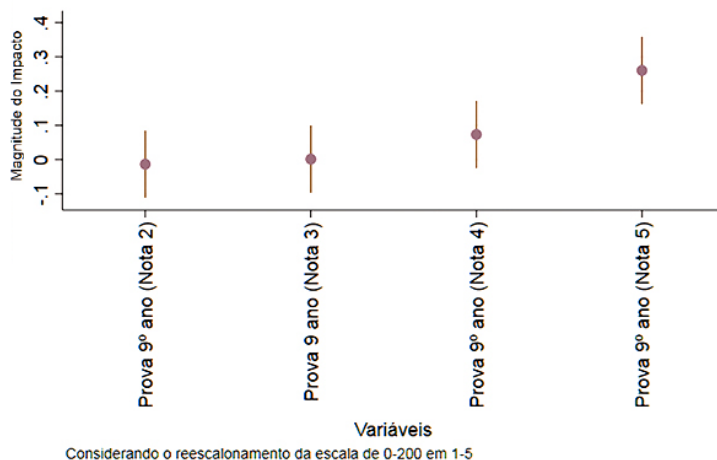
Considerando o reescalonamento da escala de 0-200 em 1-5

Impacto provas iniciais - 9º ano
Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, Secundário)



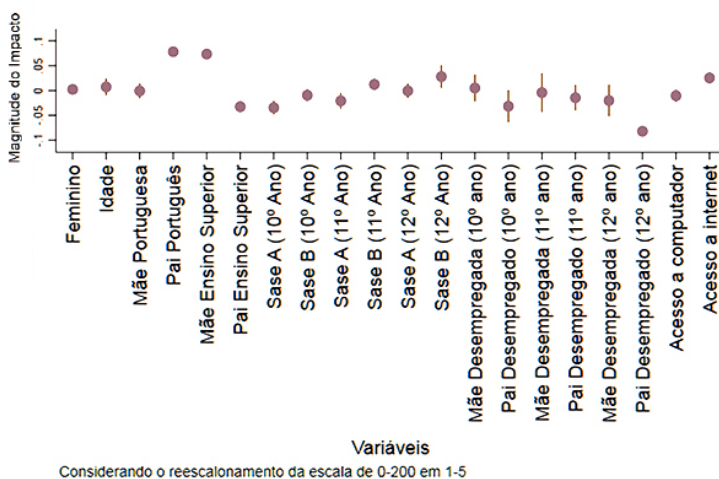
Considerando o reescalonamento da escala de 0-200 em 1-5

Impacto provas iniciais - 9º ano Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, Secundário)

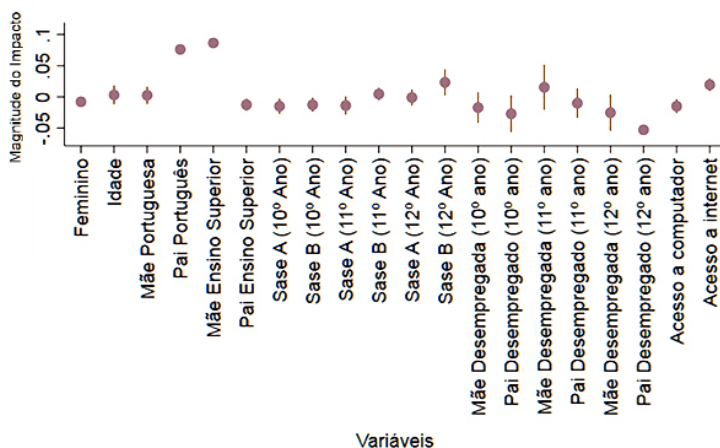


A educação da mãe, a nacionalidade e a situação de desemprego do pai são as variáveis com maior impacto na probabilidade de ter uma nota superior a 2, 3 e 4 em Matemática:

Impacto variáveis sociodemográficas Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, Secundário)

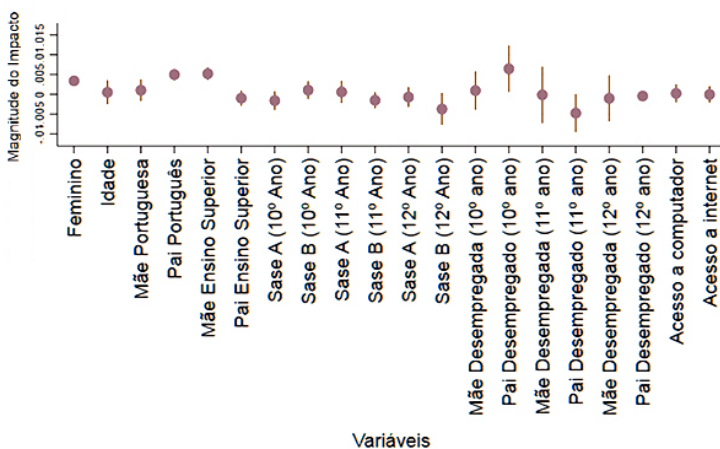


Impacto variáveis sociodemográficas Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, Secundário)



Considerando o reescalonamento da escala de 0-200 em 1-5

Impacto variáveis sociodemográficas Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, Secundário)

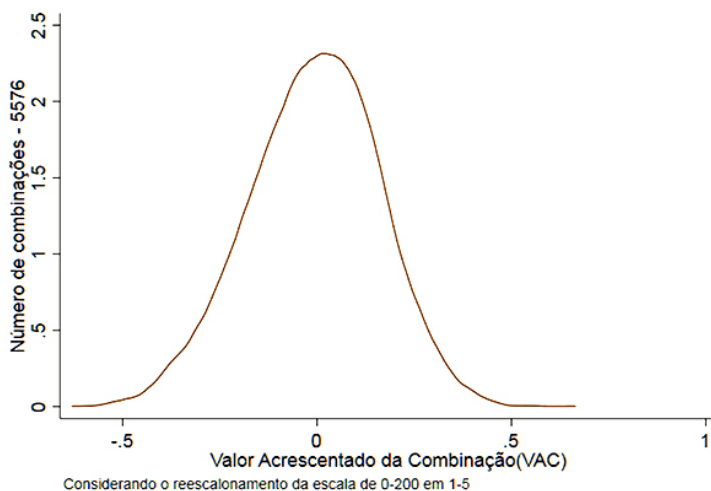


Considerando o reescalonamento da escala de 0-200 em 1-5

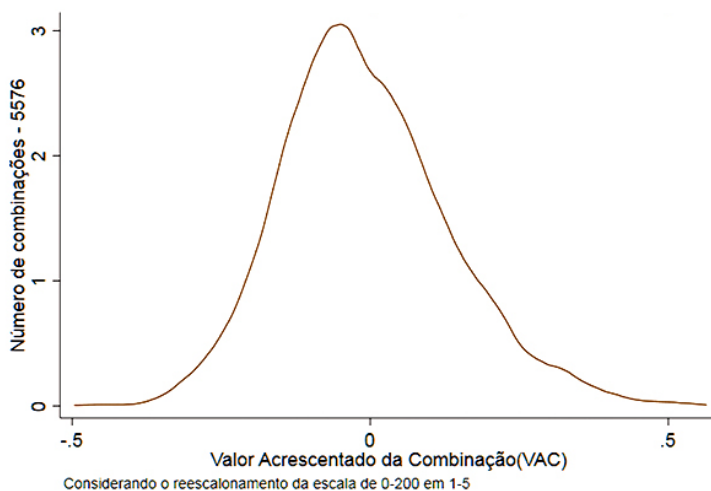
Em Matemática, uma variação de um desvio padrão na distribuição do VAC aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em 17 pontos percentuais; *ii)* uma nota superior a 3 em 14 pontos percentuais; *iii)* uma nota superior a 4 em 8 pontos percentuais.

As distribuições de Kernel do VAC são as seguintes:

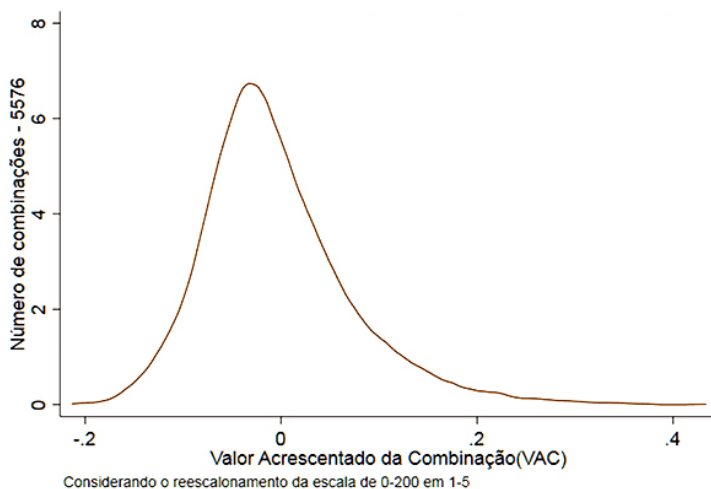
VAC - Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, Secundário)



VAC - Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, Secundário)



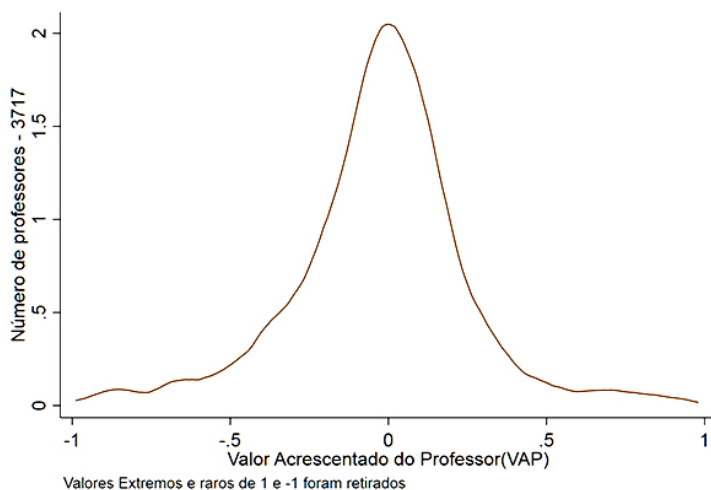
VAC - Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, Secundário)

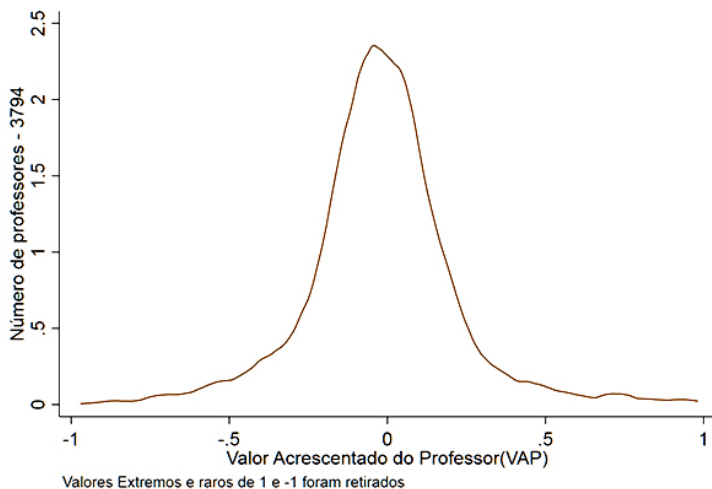
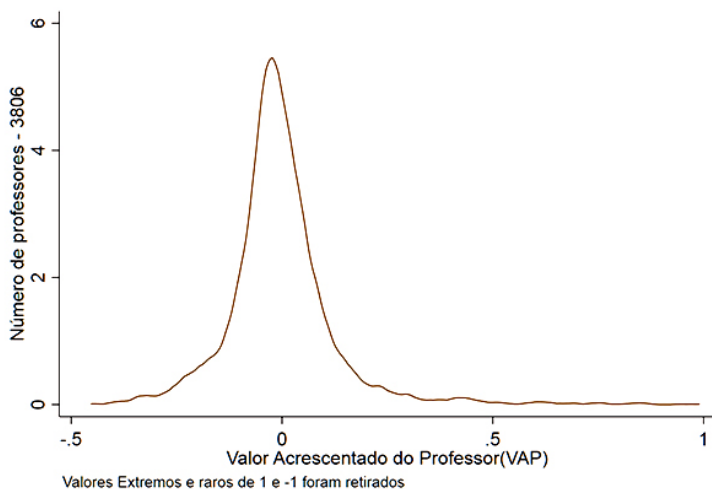


Se o aluno tiver o mesmo professor ao longo do Ensino Secundário, uma **variação de um desvio padrão** na distribuição do VAP aumenta a probabilidade de ter *i)* uma nota superior a 2 em **28 pontos percentuais**; *ii)* uma nota superior a 3 em **25 pontos percentuais**; *iii)* uma nota superior a 4 em **13 pontos percentuais**.

As distribuições de *Kernel* do VAP são as seguintes:

VAP - Probabilidade de nota superior a 2 (Matemática, Secundário)



VAP - Probabilidade de nota superior a 3 (Matemática, Secundário)**VAP - Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, Secundário)**

Reportamos abaixo os parâmetros da função f para o caso dos resultados a Matemática no ensino secundário:

Parâmetros da função f : a, b, ρ e penalidades Matemática			
	Probabilidade Nota >2	Probabilidade Nota >3	Probabilidade Nota >4
a (peso professor 10ºano)	0,29 (0,01)	0,33 (0,00)	0,53 (0,00)
b (peso professor 11ºano)	0,18 (0,00)	0,22 (0,00)	0,44 (0,00)
c (peso professor 12ºano)	0,53 (0,01)	0,45 (0,00)	0,33 (0,00)
ρ (elasticidade)	-0,43 (0,00)	-0,73 (0,00)	-2,51 (0,00)
Penalidade – Mudança de professor entre o 10º e 11º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)
Penalidade – Mudança de professor entre o 11º e 12º ano	0 (0,00)	0 (0,00)	0 (0,00)

(Erros padrão em parênteses)

Relativamente ao peso dos professores, estes são equilibrados na probabilidade de ter notas mais altas, sendo mais evidente na probabilidade de ter uma nota superior a 4.

De novo, o parâmetro ρ diminui à medida que medimos a probabilidade de ter uma nota mais elevada, indicando que o impacto dos professores de Matemática com VAPs mais baixos são mais prevalentes e difíceis de ser compensados por outros professores com VAPs mais elevados.

A penalidade associada a mudar de professor de Matemática é igual a 0, não havendo impactos de mudar de professor, quer entre o 10º e o 11º ano, quer entre o 11º e o 12º ano.

4.4 Estimação VAC e VAP (Análise de Robustez)

Entre outras, frisamos duas das análises de robustez que realizámos como forma de garantir a consistência dos resultados obtidos:

- Na especificação em (4), (5) e (6) definimos a penalidade de trocar de professor entre dois anos de ensino, não em termos aditivos, mas em termos multiplicativos. Tomando o caso do 3º ciclo como exemplo, tal significou alterar a forma funcional, f , de tal forma que:

$$[a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1}{\rho}}(1 + penalidade_{78})(1 + penalidade_{89}) = \mu_c$$

$$0 \leq a \leq 1; 0 \leq b \leq 1; 0 \leq c \leq 1$$

$$a + b + c = 1$$

$$penalidade_{78} = 0 \text{ se } VAP_7 = VAP_8$$

$$penalidade_{89} = 0 \text{ se } VAP_8 = VAP_9$$

$$\rho \leq 1$$

- Os resultados que foram consistentemente obtidos de valores de penalidade igual a zero mantiveram-se robustos a esta diferente especificação.

Por forma a controlar para factores endógenos constantes e endógenos da escola, uma abordagem de inclusão de factores fixos de escola não foi possível seguir, devido à identificação separada do efeito da escola e da combinação. Seguimos assim, um método iterativo para recuperar os efeitos fixos de escola, sendo que a distribuição do VAP não se alterou de forma relevante.

4.5 Relação entre os diversos níveis de VAP

Como reportado nas secções acima, o Valor Acrescentado do Professor (VAP) é calculado para diferentes intervalos de notas, nomeadamente através do impacto que o docente tem na probabilidade do aluno ter uma nota positiva (maior que 2) ou notas superiores (maior que 3 e maior que 4).

O VAP do professor nestes intervalos de notas poderá não ser o mesmo, importando assim entender qual a relação do VAP nestas diferentes probabilidades.

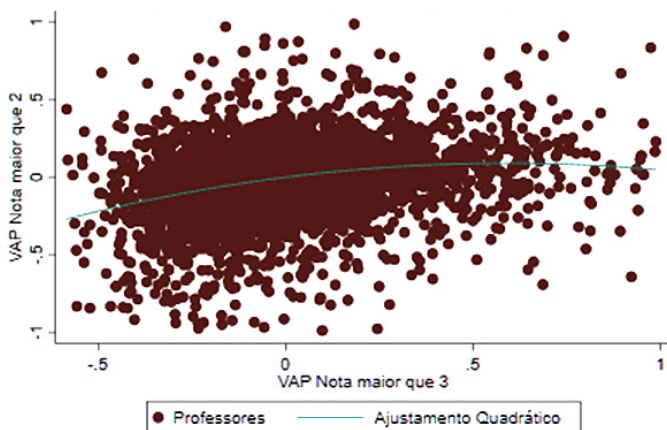
Assim poderemos analisar se os professores que têm um maior impacto em aumentar a probabilidade de um aluno ter positiva são também os mesmos que têm um maior impacto na probabilidade dos alunos terem notas mais altas.

Nos gráficos abaixo estão representadas as nuvens de pontos, em que cada ponto corresponde a um professor com o seu respectivo VAP para diferentes Probabilidade de notas identificados nos eixos. É também ilustrado um ajustamento quadrático da relação implícita na relação entre os pontos.

Notamos que a correlação entre os VAP's é fraca, e no caso da correlação do Valor Acrescentado na Probabilidade de ter uma nota positiva (maior que 2) ou maior que 4, esta correlação é mesmo nula.

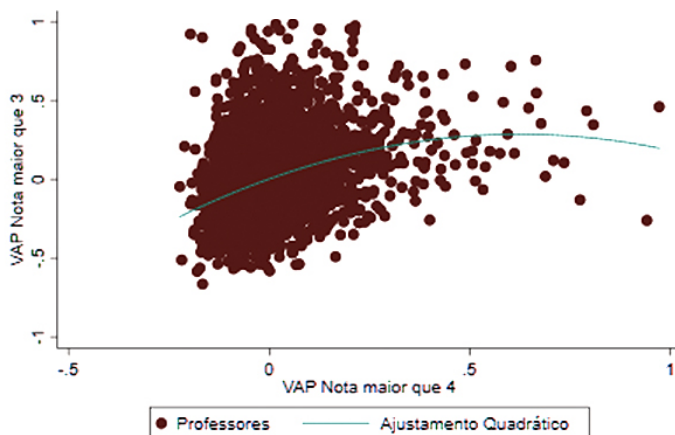
Por exemplo, os professores que estão acima da média no impacto que têm nos alunos conseguirem atingir uma nota positiva podem estar abaixo da média no impacto para atingirem uma nota de topo.

Relação VAP - Nota maior que 2 e 3 (Língua Portuguesa, 2º ciclo)



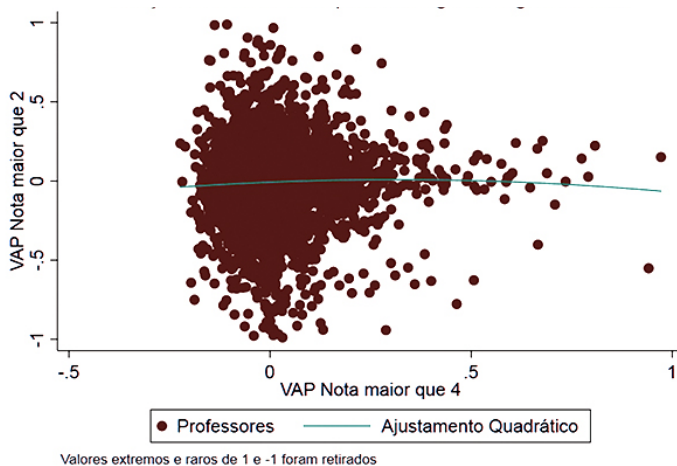
Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

Relação VAP - Nota maior que 3 e 4 (Língua Portuguesa, 2º ciclo)



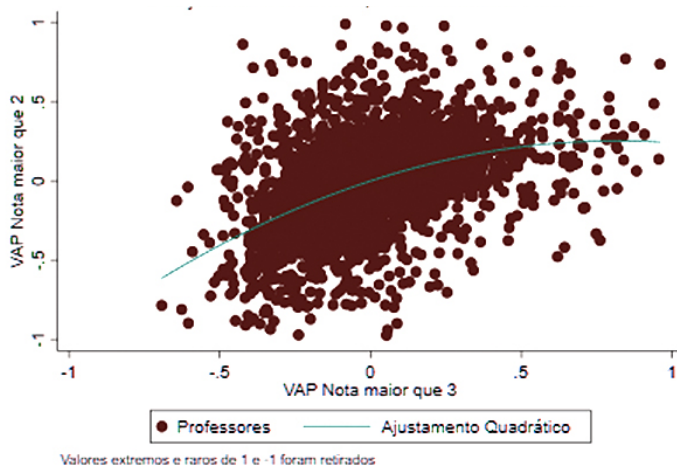
Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

Relação VAP - Nota maior que 2 e 4 (Língua Portuguesa, 2º ciclo)

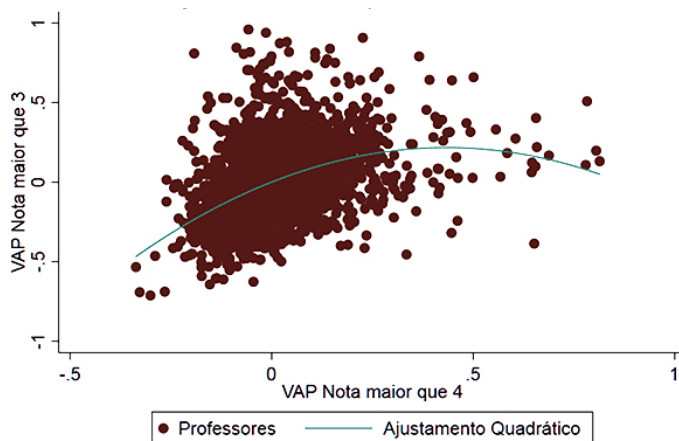


No caso de Matemática para o 2º ciclo é ainda mais evidente como a correlação positiva que encontramos entre o VAP na probabilidade ter uma nota maior que 2 e maior que 3 vai desaparecendo, até que na relação do VAP na probabilidade de ter uma nota maior que 2 e maior que 4 esta relação torna-se praticamente nula.

Relação VAP - Nota maior que 2 e 3 (Matemática, 2º ciclo)

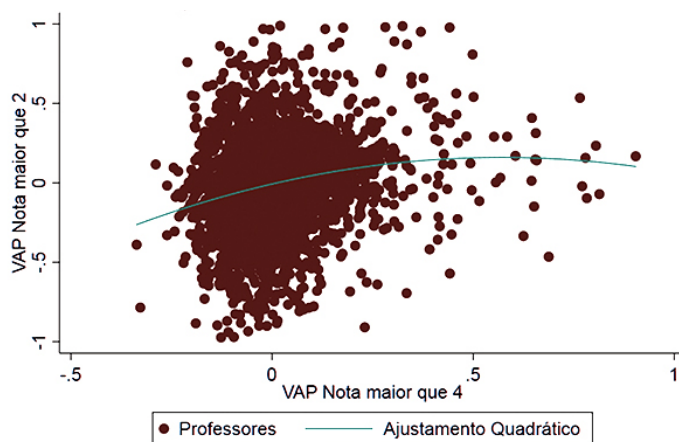


Relação VAP - Nota maior que 3 e 4 (Matemática, 2º ciclo)



Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

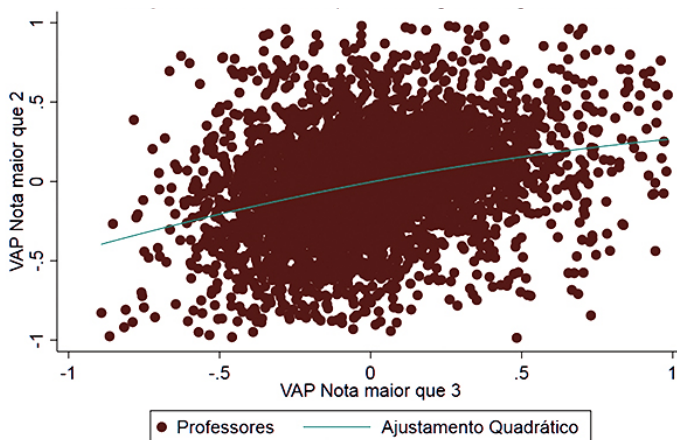
Relação VAP - Nota maior que 2 e 4 (Matemática, 2º ciclo)



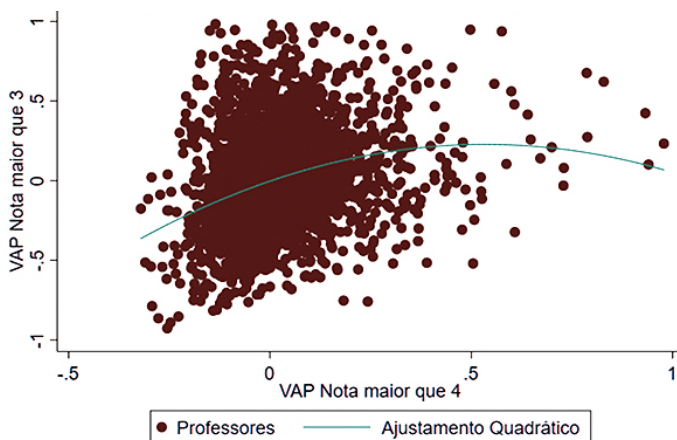
Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

Em Língua Portuguesa no 3º ciclo voltamos a notar como a correlação positiva entre VAP's é mais fraca entre a probabilidade ter uma nota superior a 4 e superior a 2 do que entre uma nota superior a 3 e uma nota superior a 2.

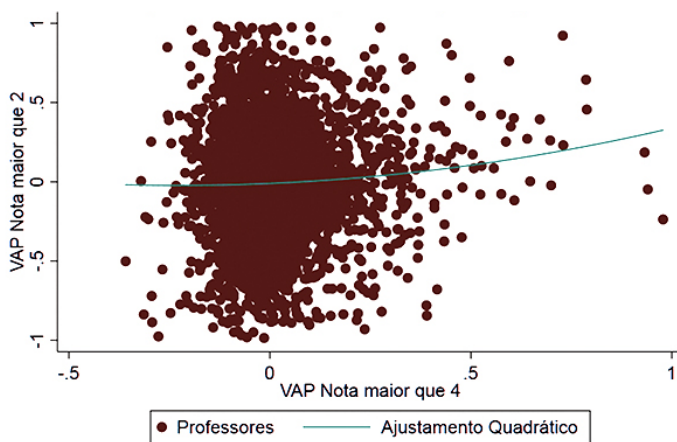
Relação VAP - Nota maior que 2 e 3 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



Relação VAP - Nota maior que 3 e 4 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



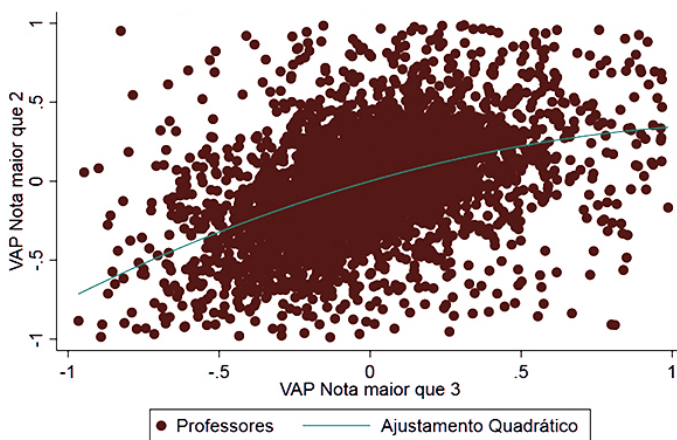
Relação VAP - Nota maior que 2 e 4 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

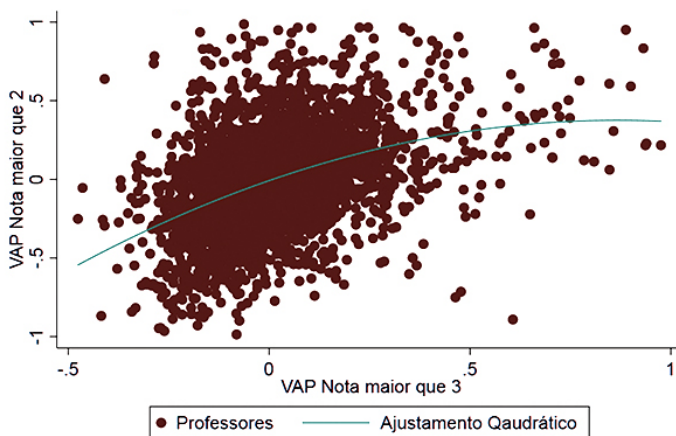
O mesmo padrão volta a ser observável no caso de Matemática no 3º ciclo:

Relação VAP - Nota maior que 2 e 3 (Matemática, 3º ciclo)



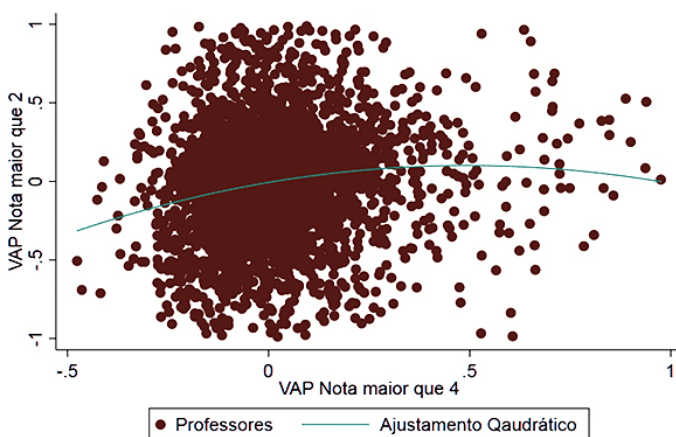
Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

Relação VAP - Nota maior que 3 e 4 (Matemática, 3º ciclo)



Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

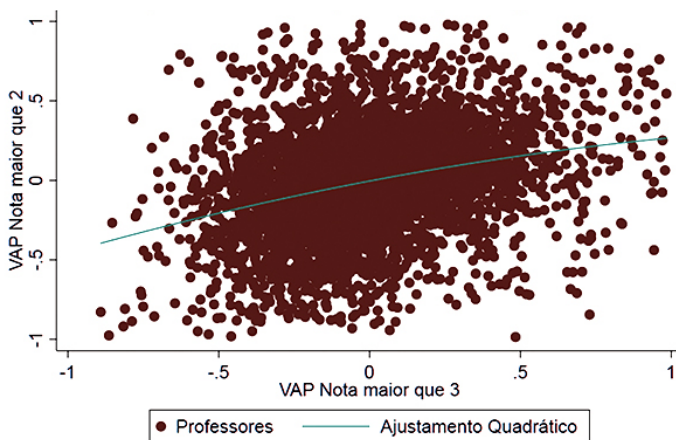
Relação VAP - Nota maior que 2 e 4 (Matemática, 3º ciclo)



Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

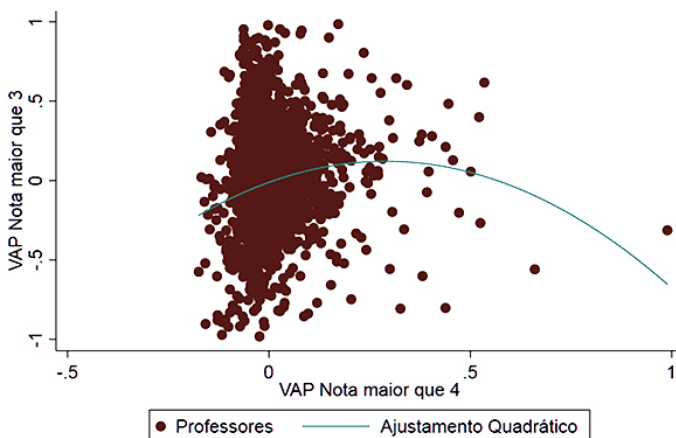
Em Língua Portuguesa, no Secundário, a relação entre os VAP's no cruzamento entre a probabilidade de ter uma nota superior a 3 e a 4 e a probabilidade de ter uma nota superior a 2 e a 4 é nula, como se pode observar.

Relação VAP - Nota maior que 2 e 3 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



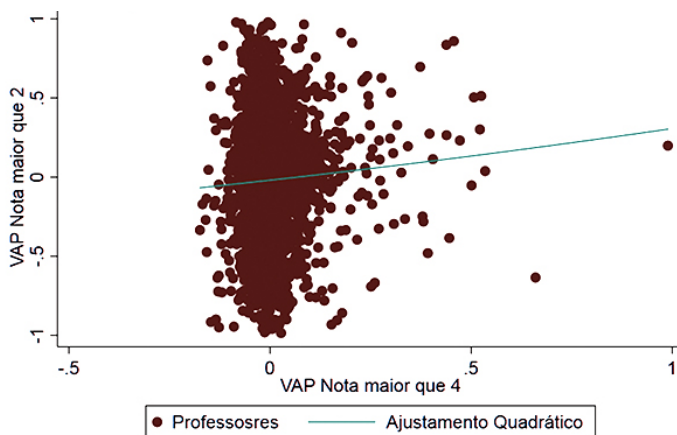
Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

Relação VAP - Nota maior que 3 e 4 (Língua Portuguesa, Secundário)



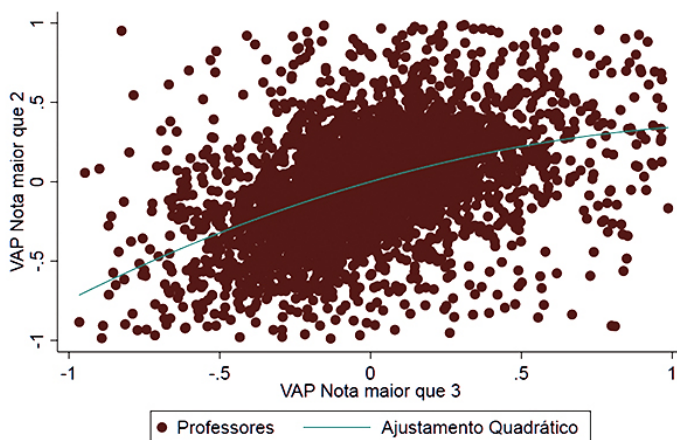
Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

Relação VAP - Nota maior que 2 e 4 (Língua Portuguesa, Secundário)

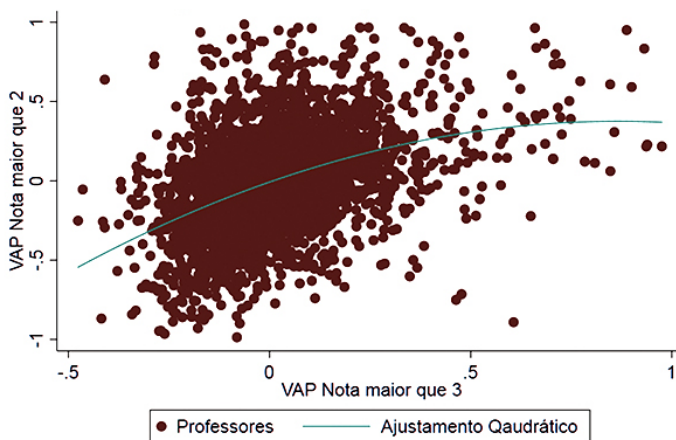


O mesmo padrão de correlação positiva mais forte na probabilidade de ter uma nota superior a 2 e a 3 e mais fraca nos restantes casos repete-se em Matemática no Secundário.

Relação VAP - Nota maior que 2 e 3 (Matemática, 3º ciclo)

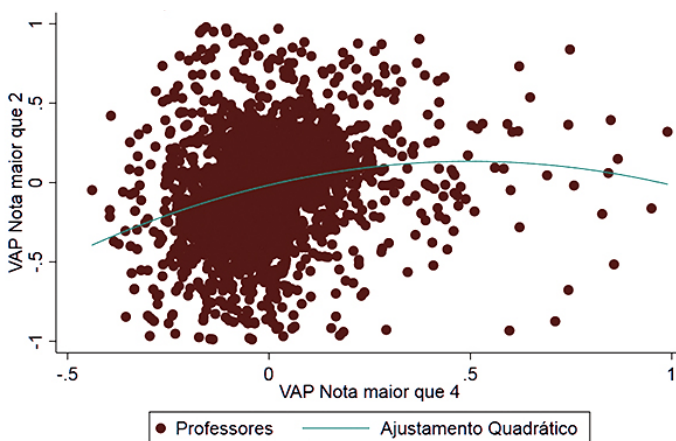


Relação VAP - Nota maior que 3 e 4 (Matemática, 3º ciclo)



Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

Relação VAP - Nota maior que 2 e 4 (Matemática, Secundário)



Valores extremos e raros de 1 e -1 foram retirados

4.6 Diferenças de VAP entre professores (2º ciclo, 3º ciclo e Ensino Secundário)

Para clarificar a relação entre o Valor Acrescentado do Professor (VAP) e as notas dos alunos, assim como a heterogeneidade dos valores do VAP, fazemos uma análise em que mostramos o impacto nas notas dos alunos à medida que o VAP de um dos seus professores varia desde valores baixos até valores mais altos.

Em particular, medimos o impacto nas notas dos alunos quando variamos o VAP de um professor ao longo dos seguintes percentis: 10, 25, 50 (mediana), 75 e 90.

Os valores do VAP são sempre reportados nas 3 dimensões: probabilidade da nota ser superior a 2, superior a 3 e superior a 4.

4.6.1 2º ciclo

Para ilustrar as diferenças dos valores do VAP entre os professores no 2º ciclo, iremos considerar três cenários.

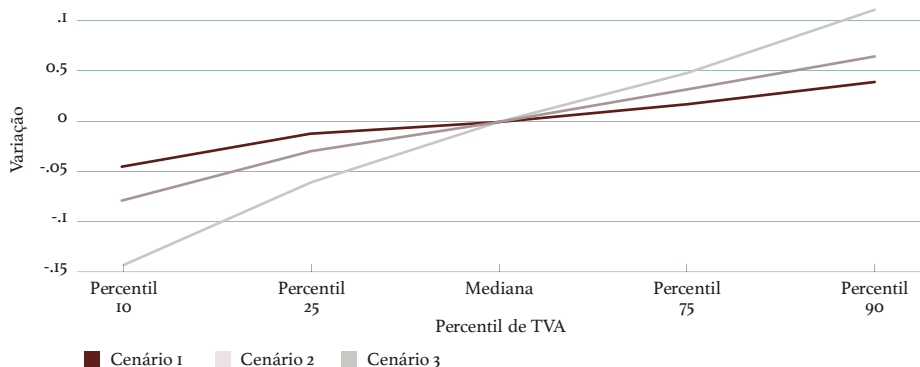
- **Cenário 1:** Variamos apenas o VAP no 5º ano. O VAP no 6º ano é mantido na mediana.
- **Cenário 2:** Variamos apenas o VAP no 6º ano. O VAP no 5º ano é mantido na mediana.
- **Cenário 3:** Variamos em simultâneo e pelo mesmo valor o VAP no 5º e no 6º anos.

Estes três cenários são utilizados para ilustrar o impacto das diferenças dos valores do VAP entre os professores de Língua Portuguesa e entre os professores de Matemática.

O impacto de variar o VAP no 6º ano (Cenário 2) é maior do que o impacto de variar o VAP no 5º ano (Cenário 1) quando consideramos a probabilidade duma nota positiva a Língua Portuguesa (nota maior que 2). Este resultado é consistente com os resultados da estimação: o professor no 6º ano tem um peso maior do que o professor no 5º ano.

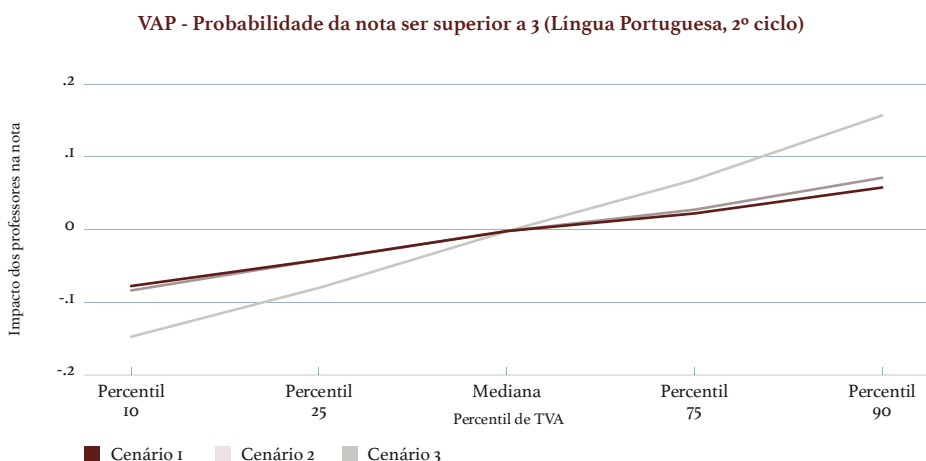
Se variarmos em simultâneo o VAP nos dois anos, observamos um impacto maior (Cenário 3). Por exemplo, se nos 5º e 6º anos, em vez de professores no percentil 10, um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota positiva aumenta em 25 pontos percentuais (corresponde a uma variação de -13 p.p. para +12 p.p. face a professores medianos).

VAP - Probabilidade da nota ser superior a 2 (Língua Portuguesa, 2º ciclo)



Os impactos de variar o VAP no 5º ano ou no 6º ano (Cenários 2 e 1) são praticamente iguais quando se considera a probabilidade da nota ser superior a 3 (uma vez que neste caso os professores do 5º e 6º anos têm os pesos quase iguais de acordo com a estimação).

Se variarmos em simultâneo o VAP nos dois anos, observamos um impacto maior. Se nos 5º e 6º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 3 aumenta em 32 pontos percentuais (variação de -15 p.p. para +17 p.p. face a professores medianos).



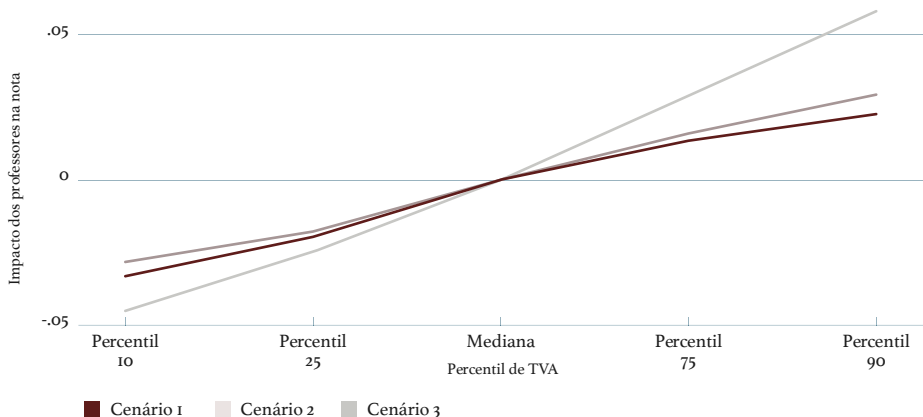
Os impactos do VAP quando se considera a probabilidade da nota ser superior a 4 são inferiores comparados com os casos anteriores (nota superior a 2 ou a 3).

Os impactos de variar o VAP no 5º ano ou no 6º ano são semelhantes.

Se nos 5º e 6º anos, em vez de professores no percentil 10, um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 4 aumenta em cerca de 11 pontos percentuais (de -5 p.p. para +6 p.p. em relação a professor mediano).

Variar o VAP apenas no 5º ano ou apenas no 6º ano leva a um impacto bastante mais reduzido (consistente com o facto do parâmetro ρ ser mais negativo, ou seja, menor substituíbilidade / maior complementaridade entre os dois anos).

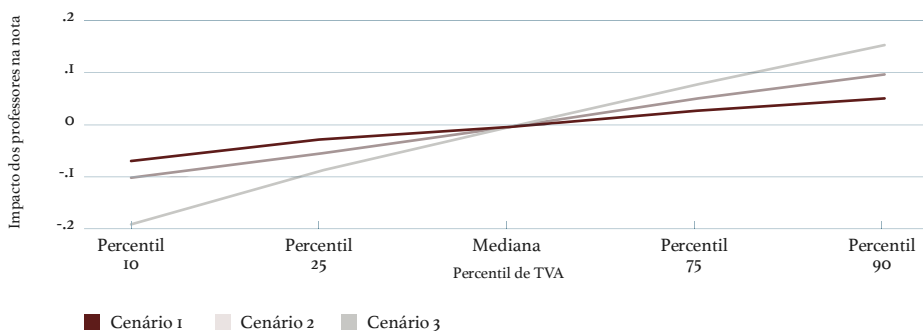
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 4 (Língua Portuguesa, 2º ciclo)



O impacto de variar o VAP no 6º ano (Cenário 2) é maior do que o impacto de variar o VAP no 5º ano (Cenário 1) quando consideramos a probabilidade de uma nota positiva a Matemática. Este resultado é consistente com o peso estimado do 6º ano ser maior do que o do 5º ano.

Se nos 5º e 6º anos, em vez de professores no percentil 10, um aluno tiver professores no percentil 90, tal aumenta a probabilidade de ter uma nota positiva em cerca de 31 pontos percentuais (de -16 p.p. para +15 p.p. face a professores medianos).

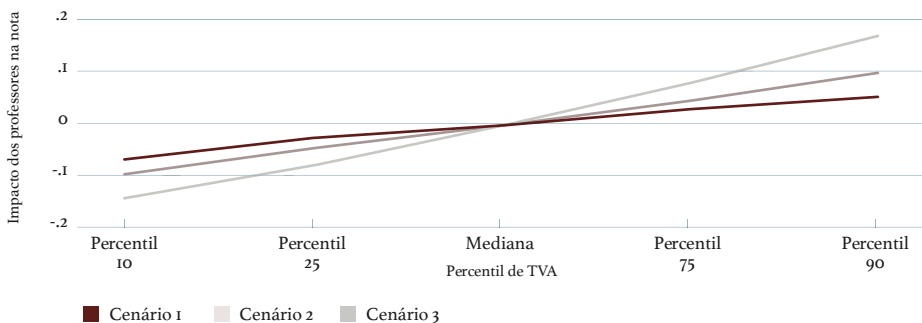
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 2 (Matemática, 2º ciclo)



O impacto de variar o VAP no 6º ano continua a ser maior do que variar o VAP no 5º ano quando se considera a probabilidade da nota ser superior a 3 (dado o maior peso estimado do 6º ano).

Se variarmos em simultâneo o VAP nos dois anos, observamos um impacto maior. Se nos 5º e 6º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 3 aumenta em cerca de 29 pontos percentuais (de -15 p.p. para +16 p.p. face a professores medianos).

VAP - Probabilidade da nota ser superior a 3 (Matemática, 2º ciclo)

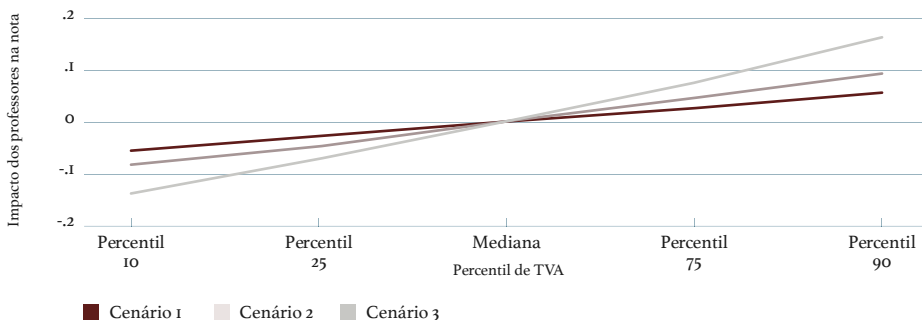


Os impactos de variar o VAP no 5º ano ou no 6º ano são semelhantes na probabilidade de ter uma nota superior a 4 (os pesos são próximos).

Variar o VAP apenas no 5º ano ou apenas no 6º ano leva a um impacto bastante mais reduzido (consistente com o facto do parâmetro ρ ser mais negativo, ou seja, menor substituíbilidade entre os dois anos).

Se nos 5º e 6º anos, em vez de professores no percentil 10 o aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 4 aumenta em cerca de 13 pontos percentuais (de -6 p.p. para +7 p.p. face a professores medianos).

VAP - Probabilidade da nota ser superior a 4 (Matemática, 2º ciclo)



4.6.2 3º ciclo

Para ilustrar as diferenças dos valores do VAP entre os professores no 3º ciclo, iremos considerar quatro cenários.

- **Cenário 1:** Variamos apenas o VAP no 7º ano. Os VAP no 8º e 9º anos são mantidos na mediana.
- **Cenário 2:** Variamos apenas o VAP no 8º ano. Os VAP no 7º e 9º anos são mantidos na mediana.
- **Cenário 3:** Variamos apenas o VAP no 9º ano. Os VAP no 7º e 8º anos são mantidos na mediana.
- **Cenário 4:** Variamos em simultâneo e pelo mesmo valor os VAP nos 7º, 8º e 9º anos.

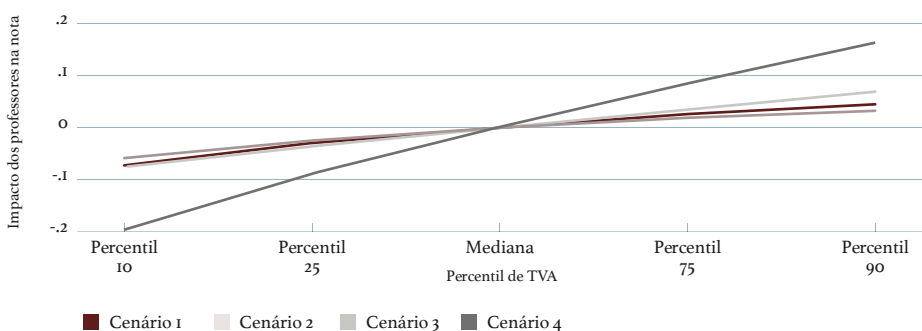
Estes quatro cenários são utilizados para ilustrar o impacto das diferenças dos valores do VAP entre os professores de Língua Portuguesa e entre os professores de Matemática.

Apresentamos os resultados em que a escala de 0-100 foi convertida para a escala de 1-5.

Variar o VAP apenas no 7º, no 8º ou no 9º ano leva a impactos muito semelhantes, sendo o impacto ligeiramente superior no 9º ano.

Se variarmos em simultâneo o VAP nos três anos, observamos um impacto maior. Por exemplo, se nos 7º, 8º e 9º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota positiva aumenta em 38 pontos percentuais (de -20 p.p. para +18 p.p. face a professores medianos).

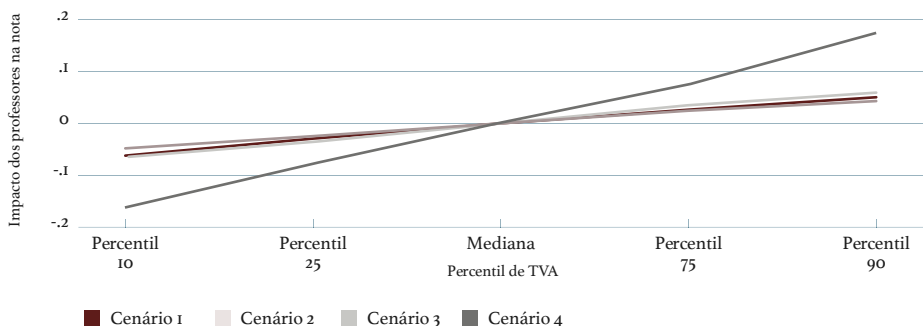
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 2 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



Variar o VAP apenas no 7º, no 8º ou no 9º ano leva a impactos muito semelhantes, sendo o impacto ligeiramente superior no 9º ano.

Se variarmos em simultâneo o VAP nos três anos, observamos um impacto maior. Se no 7º, 8º e 9º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 3 aumenta em cerca de 35 pontos percentuais (de -17 p.p. para +18 p.p. face a professores medianos).

VAP - Probabilidade da nota ser superior a 3 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



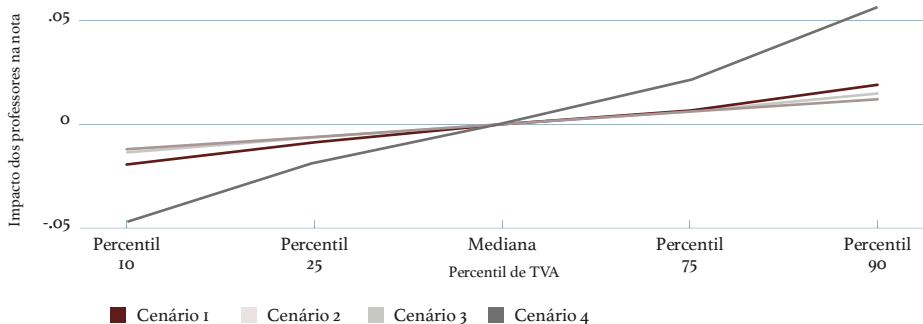
Os impactos do VAP quando se considera a probabilidade de a nota ser superior a 4 são inferiores comparados com os casos anteriores (nota superior a 2 ou a 3).

Os impactos são semelhantes nos três anos, sendo ligeiramente superior no 9º ano.

Se no 7º, 8º e 9º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 4 aumenta em cerca de 11 pontos percentuais (de -5 p.p. para 6 p.p. face a professores medianos).

Variar o VAP apenas num dos anos leva a um impacto bastante mais reduzido (consistente com o facto do parâmetro ρ ser mais negativo, ou seja, menor substituíbilidade / maior complementaridade entre os três anos).

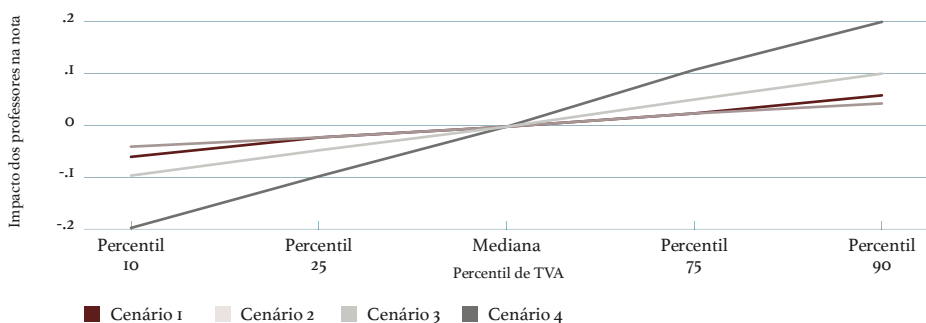
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 4 (Língua Portuguesa, 3º ciclo)



O impacto de variar o VAP no 9º ano é maior do que o impacto de variar o VAP no 7º ou no 8º anos quando consideramos a probabilidade duma nota positiva a Matemática.

Se nos 7º, 8º e 9º anos, em vez de professores no percentil 10, um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota positiva aumenta em cerca de 41 pontos percentuais (de -20 p.p. para 21 p.p. em relação a professor mediano).

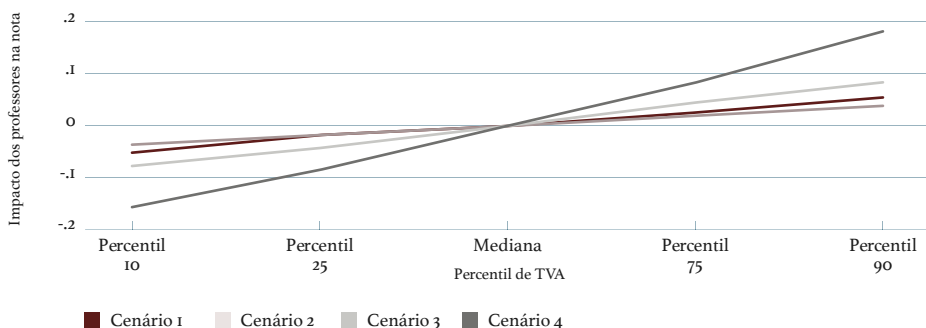
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 2 (Matemática, 3º ciclo)



O impacto de variar o VAP do professor do 9º ano (Cenário 3) é de novo maior do que o impacto de variar o professor do 7º e 8º ano (Cenários 1 e 2), uma vez que o peso deste professor é maior).

Se no 7º, 8º e 9º ano, em vez de três professores no percentil 10 o aluno tiver três professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 3 aumenta em cerca de 34 pontos percentuais (de -16 p.p. para 18 p.p. em relação ao professor mediano).

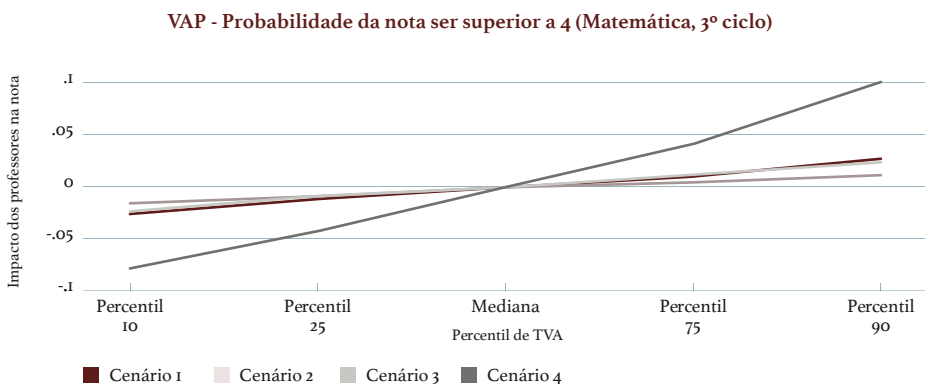
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 3 (Matemática, 3º ciclo)



Os impactos do VAP quando se considera a probabilidade de a nota ser superior a 4 são inferiores comparados com os casos anteriores (nota superior a 2 ou a 3).

O impacto de variar apenas o VAP no 7º, no 8º ou no 9º ano são semelhantes, embora no 8º ano o impacto seja ligeiramente inferior.

Se no 7º, 8º e 9º anos, em vez de professores no percentil 10 o aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 4 aumenta em cerca de 18 pontos percentuais (de -8 p.p. para +10 p.p. face a professores medianos).



4.6.3 Ensino Secundário

Para ilustrar as diferenças dos valores do VAP entre os professores no secundário, iremos considerar quatro cenários.

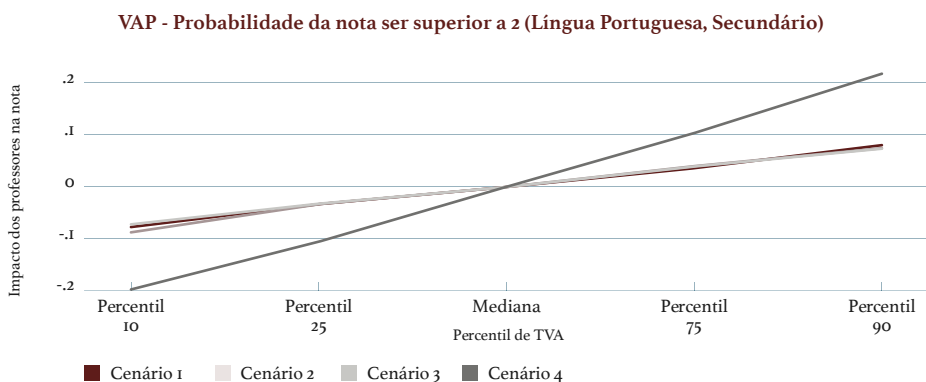
- **Cenário 1:** Variamos apenas o VAP no 10º ano. O VAP no 11º e 12º anos são mantidos na mediana.
- **Cenário 2:** Variamos apenas o VAP no 11º ano. O VAP no 10º e 12º anos são mantidos na mediana.
- **Cenário 3:** Variamos apenas o VAP no 12º ano. O VAP no 10º e 11º anos são mantidos na mediana.
- **Cenário 4:** Variamos em simultâneo e pelo mesmo valor o VAP nos 10º, 11º e 12º anos.

Estes quatro cenários são utilizados para ilustrar as diferenças dos valores do VAP entre os professores de Língua Portuguesa e entre os professores de Matemática.

Apresentamos os resultados em que a escala de 0-200 foi convertida para a escala de 1-5.

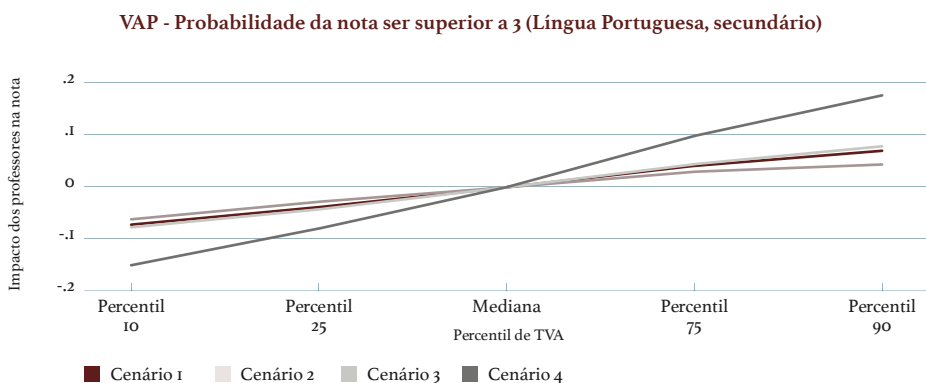
Variar o VAP apenas no 10º, no 11º ou no 12º ano leva a impactos muito semelhantes na probabilidade da nota ser positiva.

Se variarmos em simultâneo o VAP nos três anos, observamos um impacto maior. Se no 10º, 11º e 12º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota positiva aumenta em 45 pontos percentuais (de -24 p.p. para +21 p.p. face a professores medianos).



Variar o VAP apenas no 10º, no 11º ou no 12º ano leva a impactos muito semelhantes na probabilidade de ter uma nota superior a 3, sendo o impacto ligeiramente inferior no 11º ano.

Se variarmos em simultâneo o VAP nos três anos, observamos um impacto maior. Se no 10º, 11º e 12º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 3 aumenta em 31 pontos percentuais (de -15 p.p. para +16 p.p. face a professores medianos).



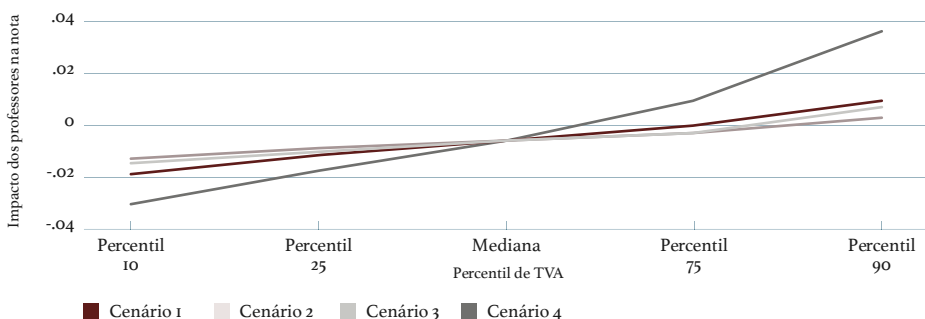
Os impactos do VAP quando se considera a probabilidade da nota ser superior a 4 são inferiores comparados com os casos anteriores (nota superior a 2 ou a 3).

Os impactos são semelhantes nos três anos, sendo ligeiramente inferior no 11º ano.

Se no 10º, 11º e 12º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 4 aumenta em 6 pontos percentuais (de -3 p.p. para +3 p.p. face a professores medianos).

Variar o VAP apenas num dos anos leva a um impacto bastante mais reduzido (consistente com o facto do parâmetro ρ ser mais negativo, ou seja, de haver menor substituíbilidade / maior complementaridade entre os três anos).

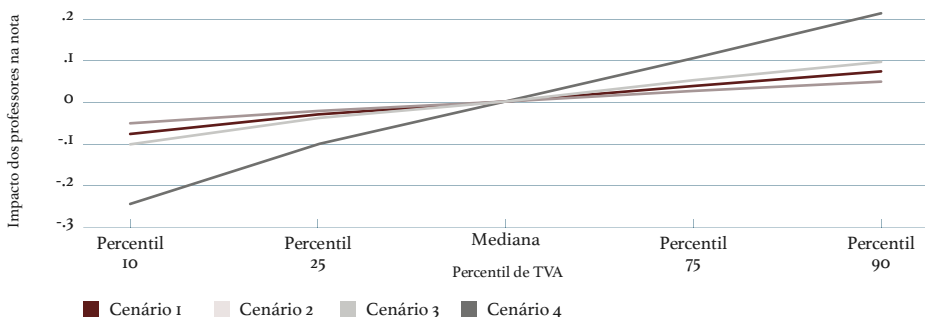
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 4 (Língua Portuguesa, Secundário)



Variar o VAP apenas num dos anos leva a impactos diferentes. Por ordem crescente, o impacto é maior no 12º ano, seguido do impacto no 10º ano e, por fim, no 11º ano.

Se variarmos em simultâneo o VAP nos três anos, observamos um impacto maior. Se no 10º, 11º e 12º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota positiva aumenta em cerca de 47 pontos percentuais (de -25 p.p. para +22 p.p. face a professores medianos).

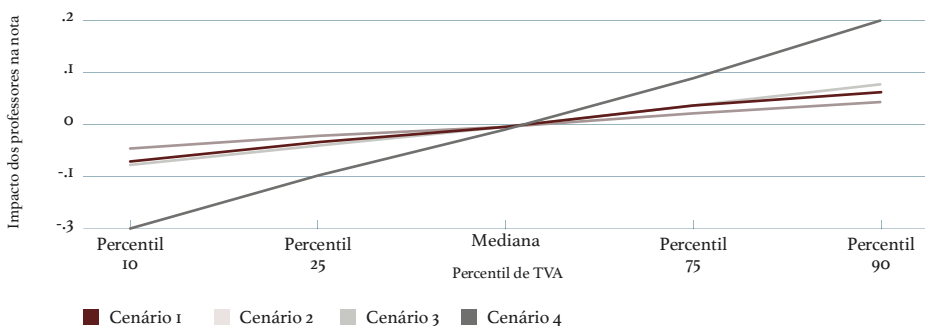
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 2 (Matemática, secundário)



Variar o VAP apenas no 10º, no 11º ou no 12º ano leva a impactos semelhantes na probabilidade de ter uma nota superior a 3, sendo o impacto ligeiramente inferior no 11º ano.

Se variarmos em simultâneo o VAP nos três anos, observamos um impacto maior. Se no 10º, 11º e 12º anos, em vez de professores no percentil 10 um aluno tiver professores no percentil 90, a probabilidade de ter uma nota superior a 3 aumenta em 39 pontos percentuais (de -19 p.p. para +20 p.p. face a professores medianos).

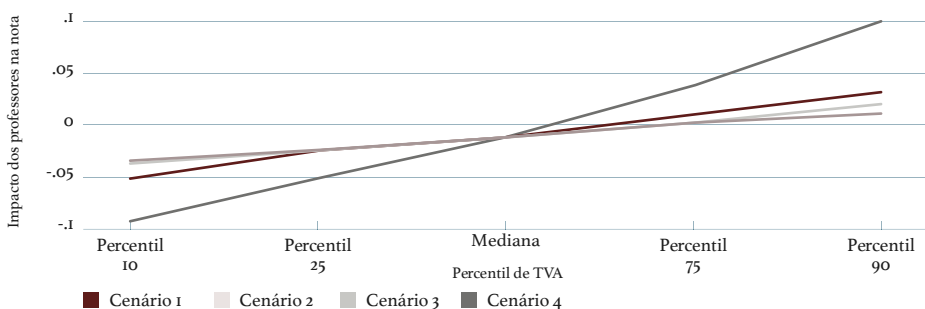
VAP - Probabilidade da nota ser superior a 3 (Matemática, Secundário)



O impacto de variar apenas o VAP do professor de 10º ano (Cenário 1) é o maior, devido ao aumento do peso deste professor quando estimamos a probabilidade de ter uma nota maior que 4.

Se no 10º, 11º e 12º ano, em vez de três professores no percentil 10 o aluno tiver três professor no percentil 90, tal aumenta a probabilidade de ter uma nota superior a 3 em cerca de 19 pontos percentuais (de -9 p.p para +10 p.p em relação a professores medianos).

VAP - Probabilidade da nota ser superior a 4 (Matemática, Secundário)



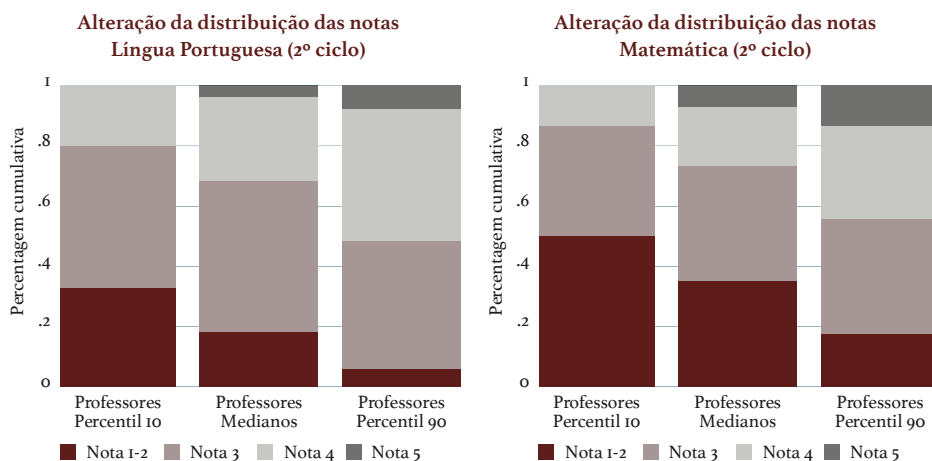
4.7 Variações do VAP e Variação das notas dos alunos (2º ciclo, 3º ciclo e Ensino Secundário)

Mostramos agora o impacto do professor e a heterogeneidade existente entre professores, fazendo uma análise de qual seria o impacto na distribuição das notas dos alunos se fosse possível alterar o Valor Acrescentado do Professor de todos os professores.

Apresentamos o impacto na distribuição das notas dos alunos quando variamos o Valor Acrescentado do Professor de todos os professores do percentil 10 para o percentil 50 (mediana) até ao percentil 90.

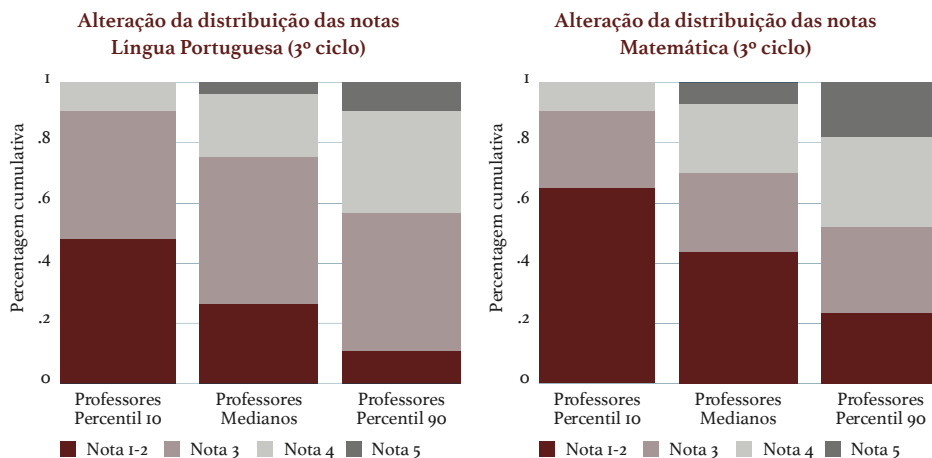
No 2º ciclo, em Língua Portuguesa, se todos os professores estivessem no percentil 10 e passassem para o percentil 90, isso faria a percentagem de alunos com nota negativa passar de 31% para 6% e os alunos com nota 5 de 0% para 10%.

Uma variação semelhante do VAP dos professores em Matemática faria cair a percentagem de alunos com negativa de 50% para 19% e aumentaria a percentagem de notas de nível 5 de 0% para 13%.



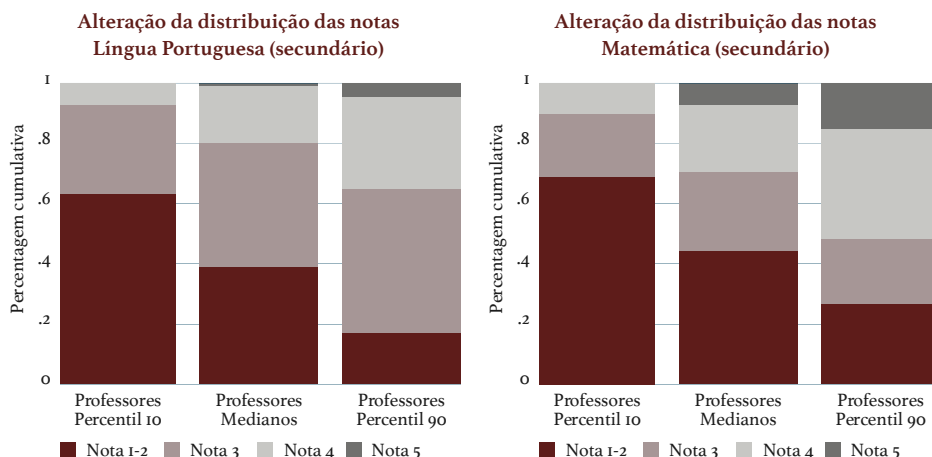
No 3º ciclo, em Língua Portuguesa, se todos os professores estivessem no percentil 10 e passassem para o percentil 90, isso faria a percentagem de alunos com nota negativa passar de 48% para 10% e os alunos com nota 5 de 0% para 9%.

Uma variação semelhante do VAP dos professores em Matemática faria cair a percentagem de alunos com negativa de 63% para 22% e aumentaria a percentagem de notas de nível 5 de 0% para 18%.



No ensino Secundário, em Língua Portuguesa, se todos os professores estivessem no percentil 10 e passassem para o percentil 90, isso faria a percentagem de alunos com nota negativa passar de 63% para 18% e os alunos com nota 5 de 0% para 4%.

Uma variação semelhante do VAP dos professores em Matemática faria cair a percentagem de alunos com negativa de 70% para 23% e aumentaria a de notas de nível 5 de 0% para 17%.



5. RELAÇÃO ENTRE O VAP E AS CARACTERÍSTICAS DOS PROFESSORES (2º CICLO, 3º CICLO E ENSINO SECUNDÁRIO)

Nesta secção analisaremos de que forma a distribuição do Valor Acrescentado do Professor (VAP) se relaciona com características dos professores tais como o sexo, a idade, as qualificações, o escalão na carreira ou o tipo de contrato.

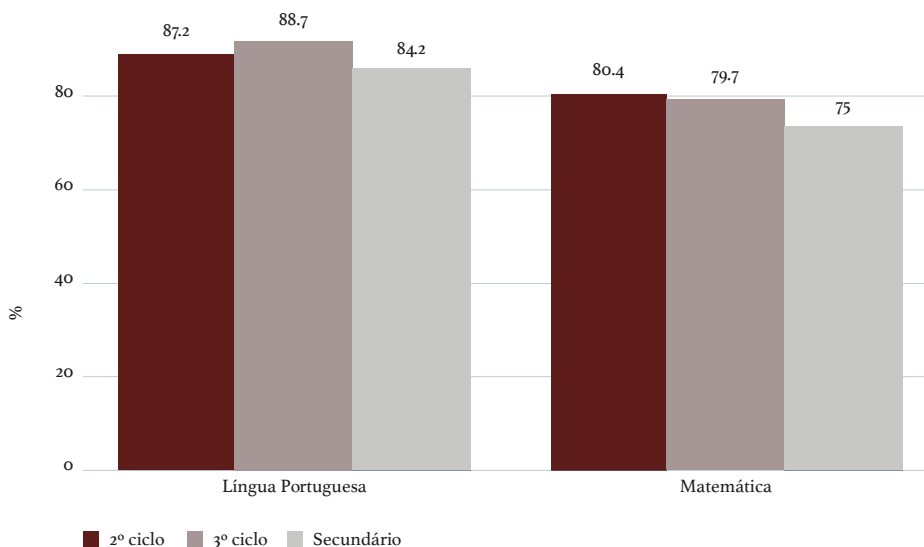
Esta discussão permite identificar se características como a antiguidade, por exemplo, ajudam a explicar o diferente impacto que os professores têm sobre os resultados dos alunos.

Esta secção divide-se numa primeira parte em que iremos apresentar e descrever a distribuição das variáveis disponíveis para caracterizar os professores, e uma segunda parte em que analisamos se estas variáveis têm algum poder explicativo da distribuição do VAP.

5.1 Variáveis descritivas dos professores (2º ciclo, 3º ciclo e Ensino Secundário)

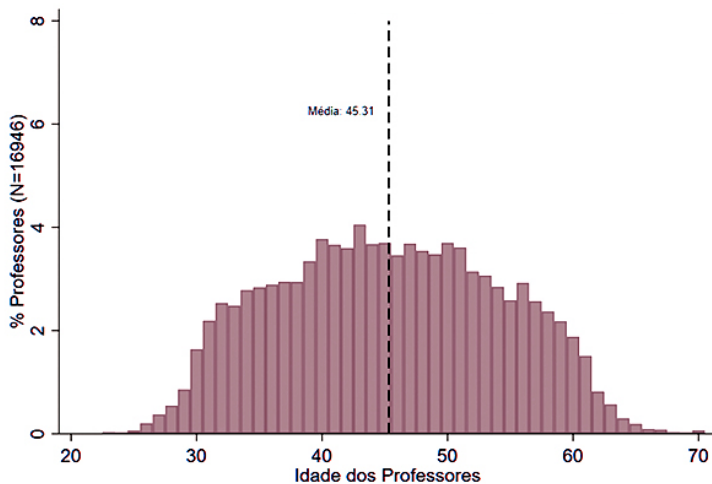
A profissão apresenta, para os períodos abrangidos, uma alta taxa de professoras do sexo feminino. Esta taxa é maior em Língua Portuguesa do que em Matemática.

Percentagem de professores do sexo feminino (Língua Portuguesa e Matemática)

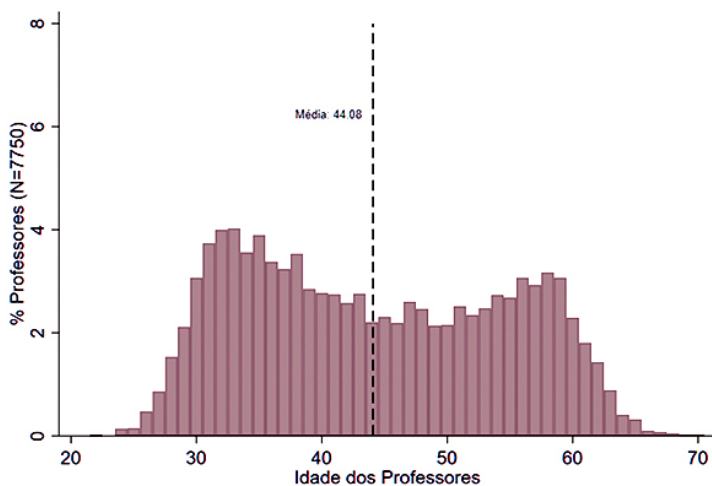


No 2º ciclo, em Língua Portuguesa e Matemática, a média de idades está entre os 44 e os 45 anos, sendo que a Matemática a distribuição é bimodal.

Idades Professores (Língua Portuguesa, 2º ciclo)

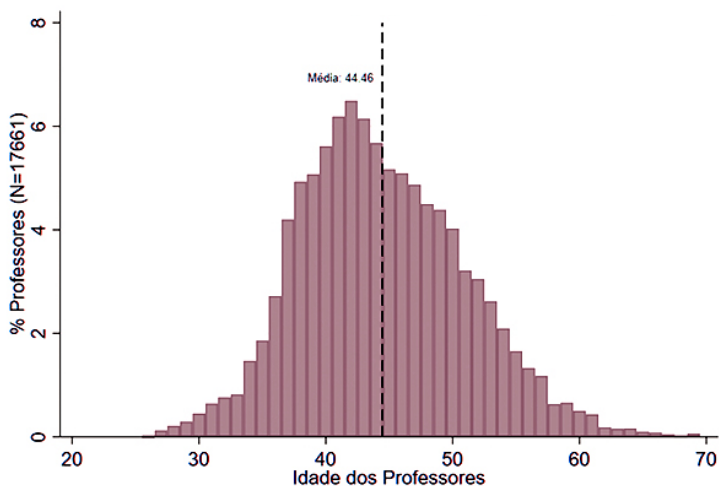


Idades Professores (Matemática, 2º ciclo)

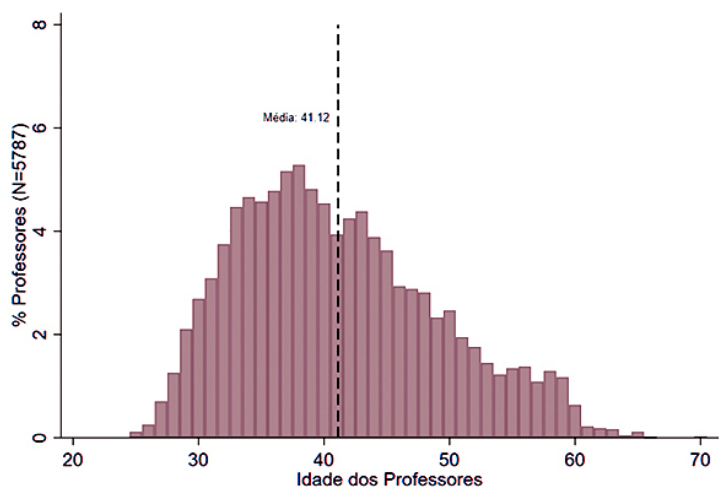


No 3º ciclo, em Língua Portuguesa, a média de idades está ligeiramente acima dos 44 anos, e a Matemática a média é menor, em torno dos 41 anos, havendo uma maior concentração entre os 30 e os 40 anos.

Idades Professores (Língua Portuguesa, 3º ciclo)

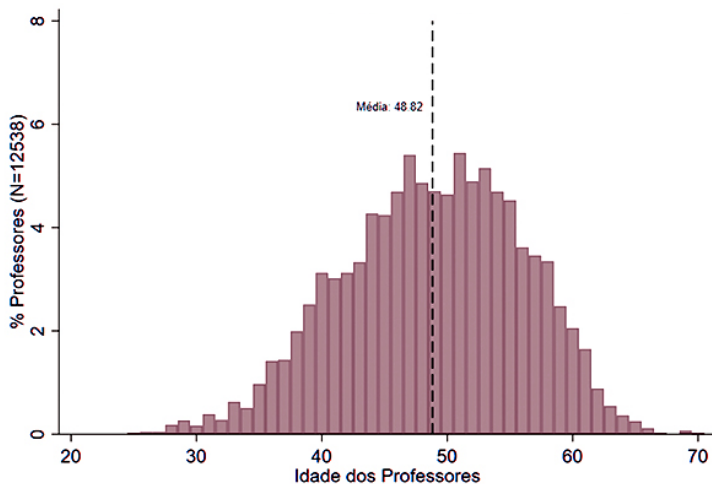


Idades Professores (Matemática, 3º ciclo)

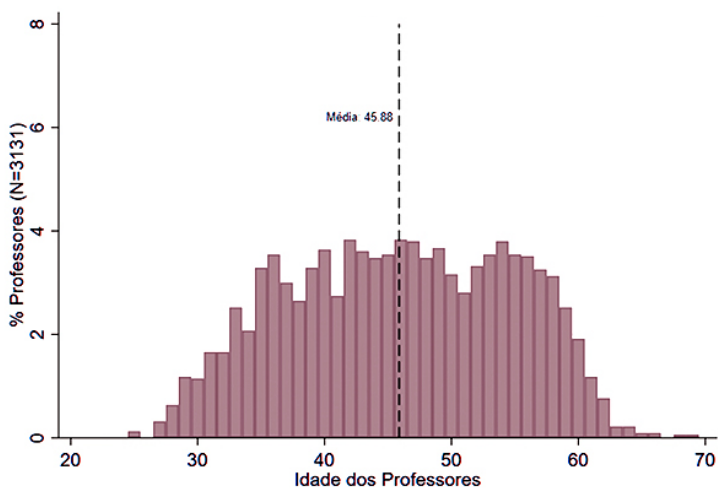


No ensino secundário, a média de idades é a mais alta, cerca de 48 anos a Língua Portuguesa e 45 anos em Matemática.

Idades Professores (Língua Portuguesa, Secundário)

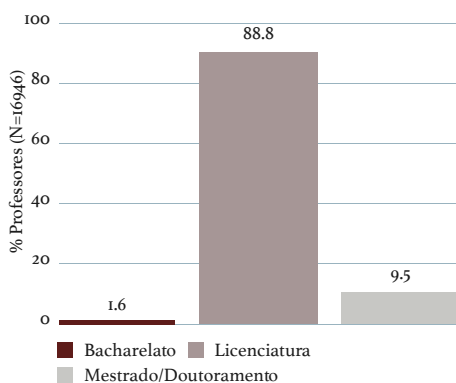


Idades Professores (Matemática, Secundário)

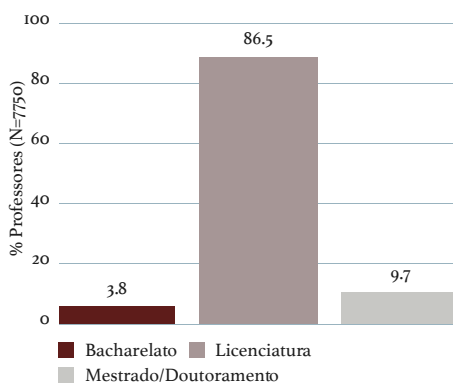


No 2º ciclo, a maioria dos professores detém uma licenciatura, cerca de 87%, tanto em Língua Portuguesa e Matemática.

Percentagem de professores com diferentes qualificações (Língua Portuguesa, 2º ciclo)

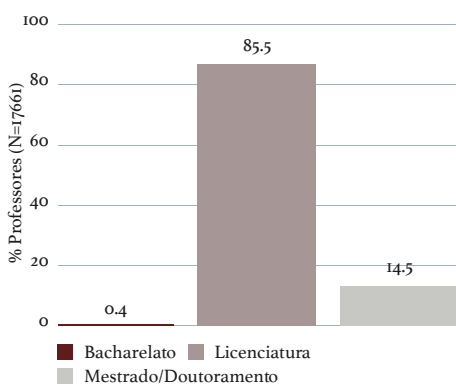


Percentagem de professores com diferentes qualificações (Matemática, 2º ciclo)

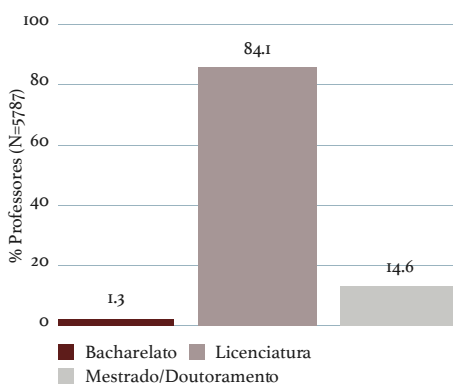


No 3º ciclo, a percentagem de professores com Mestrado/Doutoramento aumenta para 14,5% em Língua Portuguesa e 14,6% em Matemática.

Percentagem de professores com diferentes qualificações (Língua Portuguesa, 3º ciclo)

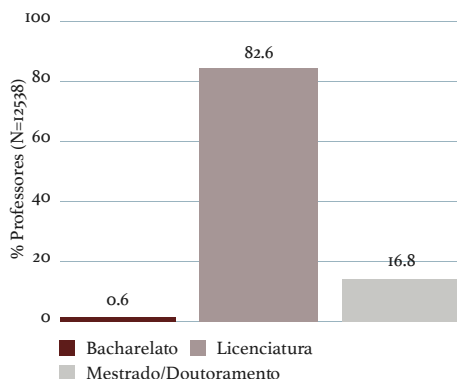


Percentagem de professores com diferentes qualificações (Matemática, 3º ciclo)

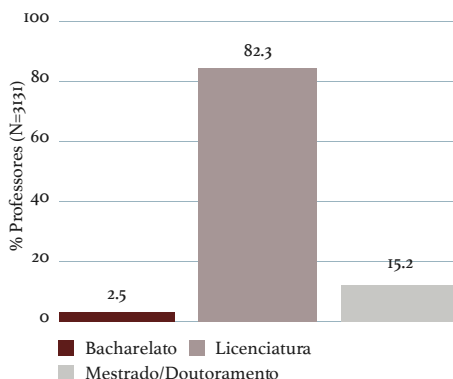


No ensino secundário, a percentagem de professores com Mestrado/Doutoramento é a maior dos três ciclos, 16,8% em Língua Portuguesa e 15,2% em Matemática.

Percentagem de professores com diferentes qualificações (Língua Portuguesa, Secundário)



Percentagem de professores com diferentes qualificações (Matemática, Secundário)

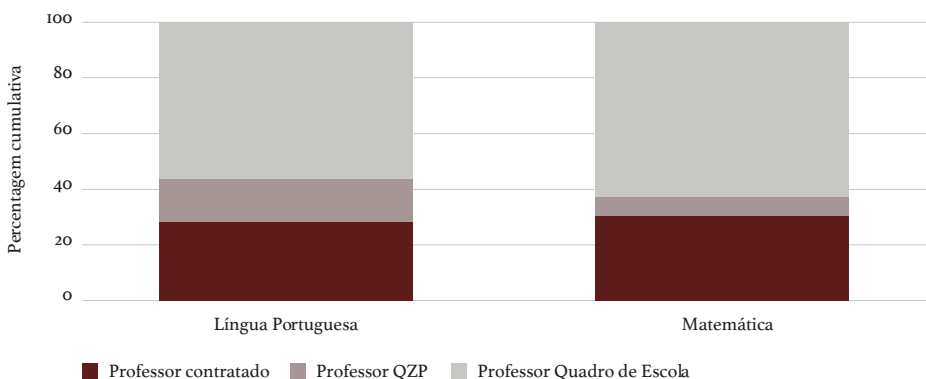


No 2º ciclo, a percentagem de professores contratados a termo é cerca de 28% em Língua Portuguesa e 31% em Matemática.

A percentagem de professores em Quadro de Zona Pedagógica (QZP) é mais do dobro em Língua Portuguesa que em Matemática.

A maioria dos professores pertence aos Quadros de Escola.

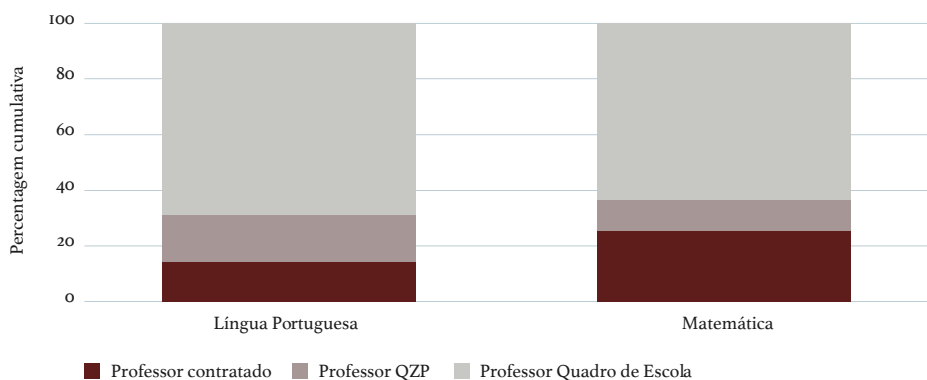
Percentagem de professores com diferentes tipos de contrato (2º ciclo)



No 3º ciclo, a percentagem de professores contratados a termo é cerca de 14% em Língua Portuguesa e 29% em Matemática.

A percentagem de professores QZP é, de novo, maior em Língua Portuguesa que em Matemática.

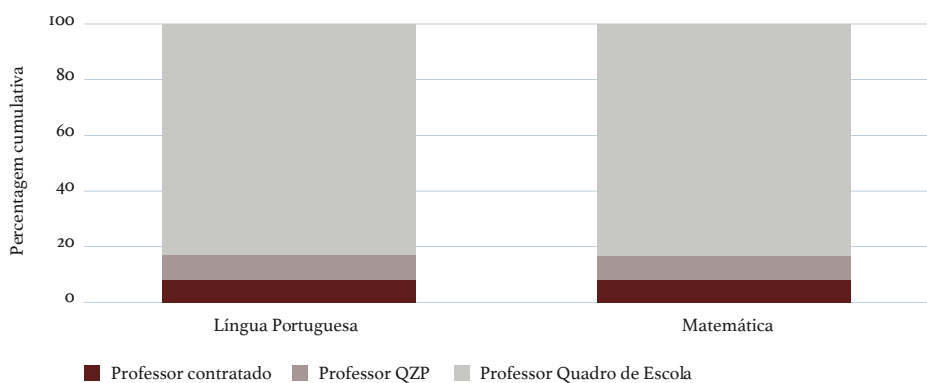
Percentagem de professores com diferentes tipos de contrato (3º ciclo)



No ensino secundário, a percentagem de professores contratados a termo é mais baixa no ensino secundário, cerca de 8% em Língua Portuguesa e Matemática.

A percentagem de professores QZP é também a mais baixa, cerca de 8,5% em ambas as disciplinas.

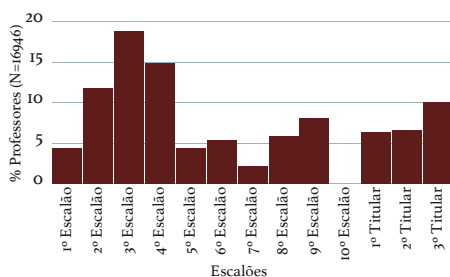
Percentagem de professores com diferentes tipos de contrato (Secundário)



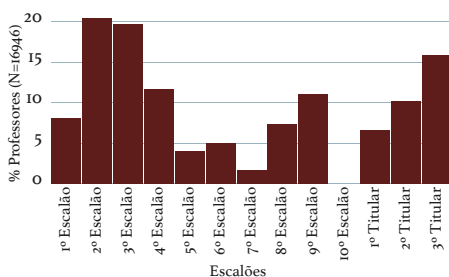
Para todos os ciclos, a identificação do escalão foi feita através do índice remuneratório. As classes de titular 1, 2 e 3 correspondem aos anos letivos abrangidos pelos dados e durante os quais esta classificação vigorou.

No 2º ciclo, os 2º e 3º escalões são aqueles com maior concentração de professores.

**Percentagem de professores da carreira
(Língua Portuguesa, 2º ciclo)**

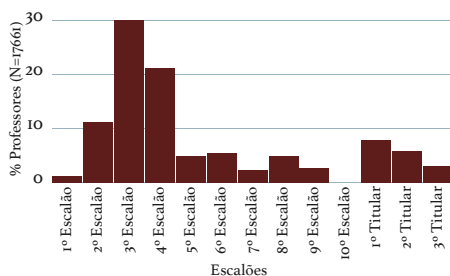


**Percentagem de professores da carreira
(Matemática, 2º ciclo)**

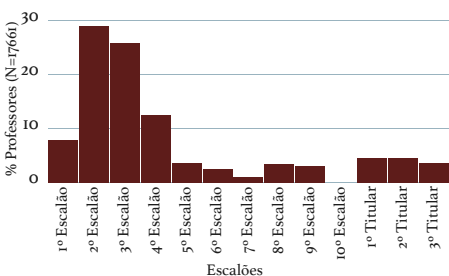


No 3º ciclo, em Língua Portuguesa, os 3º e 4º escalões são os mais frequentes. Em Matemática são os 2º e 3º escalões que têm maior número de professores.

**Percentagem de professores da carreira
(Língua Portuguesa, 3º ciclo)**

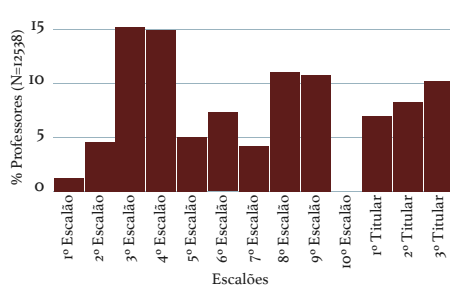


**Percentagem de professores da carreira
(Matemática, 3º ciclo)**

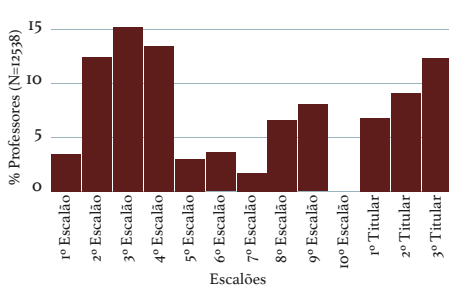


No ensino secundário, os 3º e 4º escalões são os mais densamente populados. Os escalões mais elevados têm uma maior frequência comparados com outros ciclos, o que se justifica pela média de idades maior no ensino secundário.

**Percentagem de professores da carreira
(Língua Portuguesa, Secundário)**



**Percentagem de professores da carreira
(Matemática, Secundário)**



5.2 Variáveis explicativas do VAP (2º ciclo, 3º ciclo e Ensino Secundário)

Consideremos a seguinte especificação:

$$VAP_p = V_{p,t}\beta + \pi_t + \varepsilon_{p,t} \quad (8)$$

Consideremos o Valor Acrescentado do Professor regredido em relação às seguintes variáveis do professor, $V_{p,t}$, que podem variar ao longo do tempo:

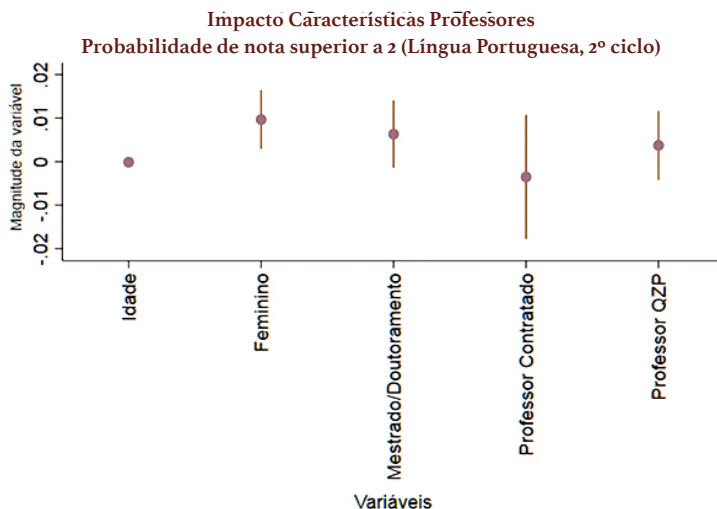
- Sexo do professor;
- Qualificação;
- Tipo de contrato;
- Escalões da Carreira – Identificados através do Índice Remuneratório (para mais detalhes, ver Apêndice 3);
- Adicionalmente controlamos para o distrito onde o professor leciona;
- π_t correspondem a efeitos fixos de ano letivo.

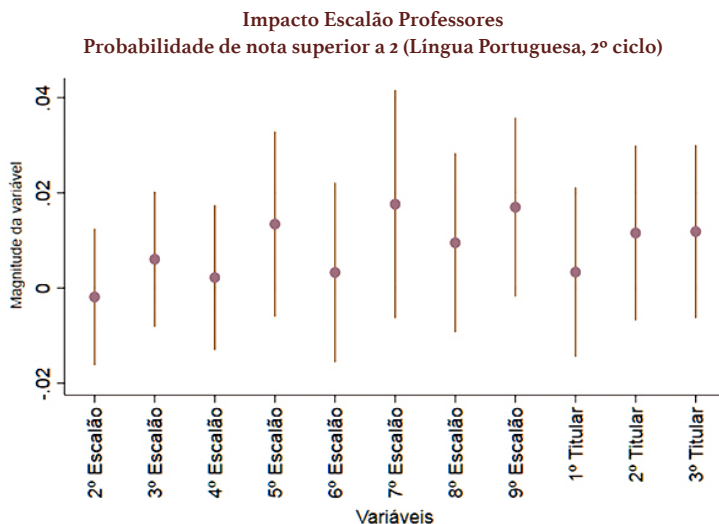
Todos os resultados reportados têm como base de comparação um professor de uma escola pública do continente com as seguintes características:

- Do sexo masculino;
- Professor com Bacharelato ou Licenciatura;
- Professor de Quadro de Escola no 1º escalão;

5.2.1 2º ciclo

Apenas a variável feminino tem um impacto estatisticamente significativo na distribuição do VAP, sendo este positivo, ainda que bastante baixo na probabilidade de ter uma nota superior a 2 em Língua Portuguesa no final do 2º ciclo.

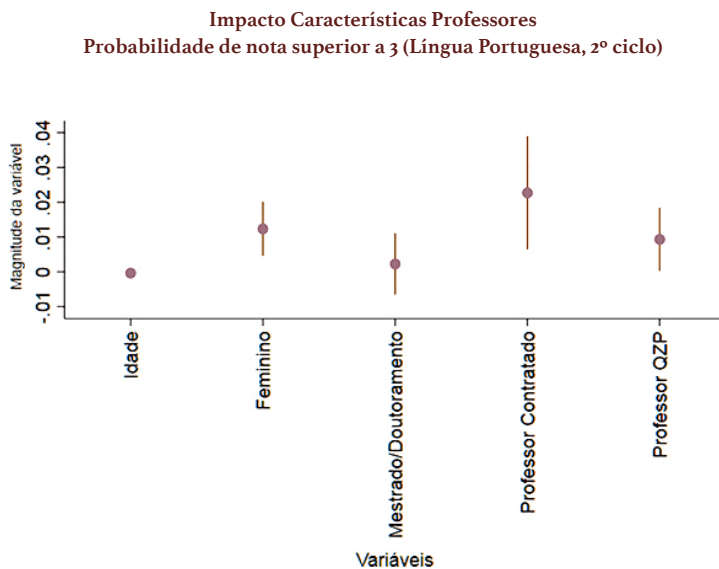


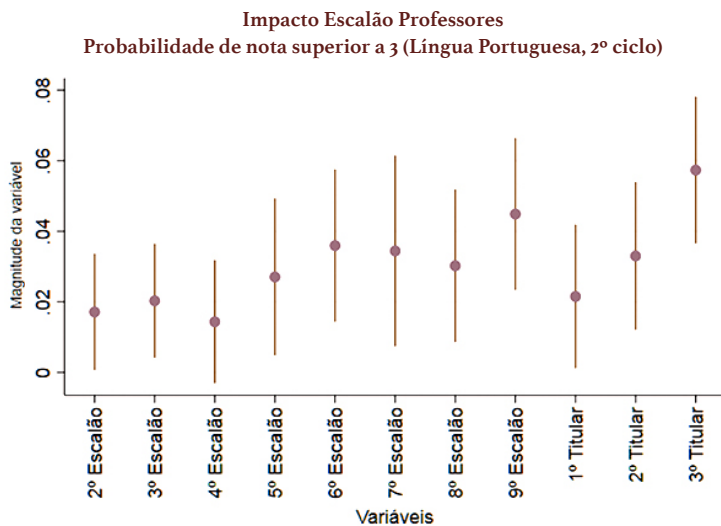


Na probabilidade de ter uma nota superior a 3 em Língua Portuguesa no 2º ciclo, a variável feminino tem um impacto positivo, contudo baixo.

Em relação a um professor de quadro de escola no primeiro escalão, o professor contratado a termo tem um pequeno impacto positivo adicional.

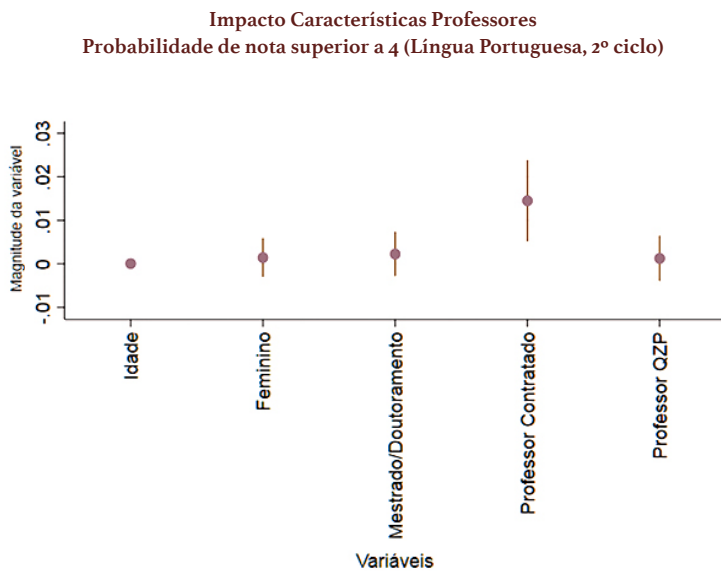
Escalões mais avançados da carreira dos professores têm impactos significativos e mais positivos na probabilidade do aluno obter uma nota superior a 3.

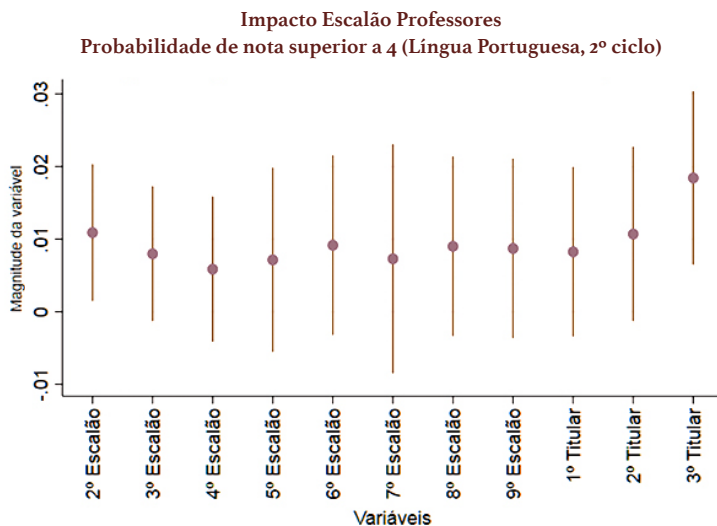




De novo, em relação a um professor de quadro de escola no primeiro escalão, o professor contratado a termo tem um pequeno impacto positivo adicional na probabilidade de ter uma nota maior que 4.

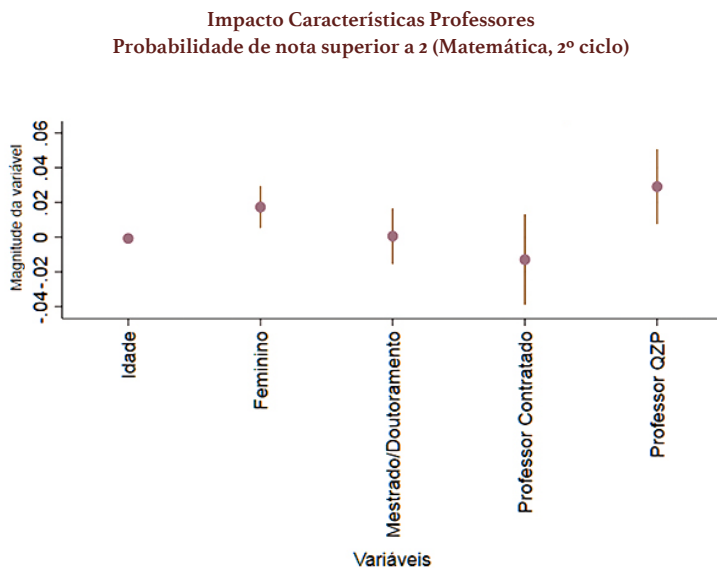
Os professores em diferentes escalões têm impactos semelhantes nos resultados dos alunos, ilustrando que o VAP não difere substancialmente consoante a posição na carreira.

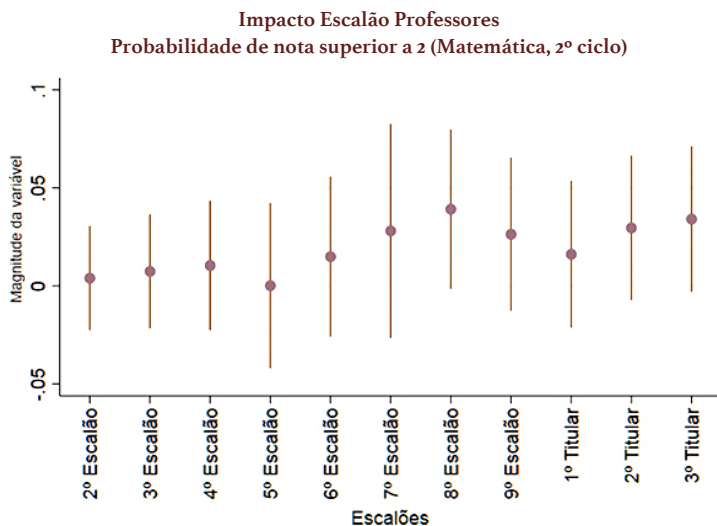




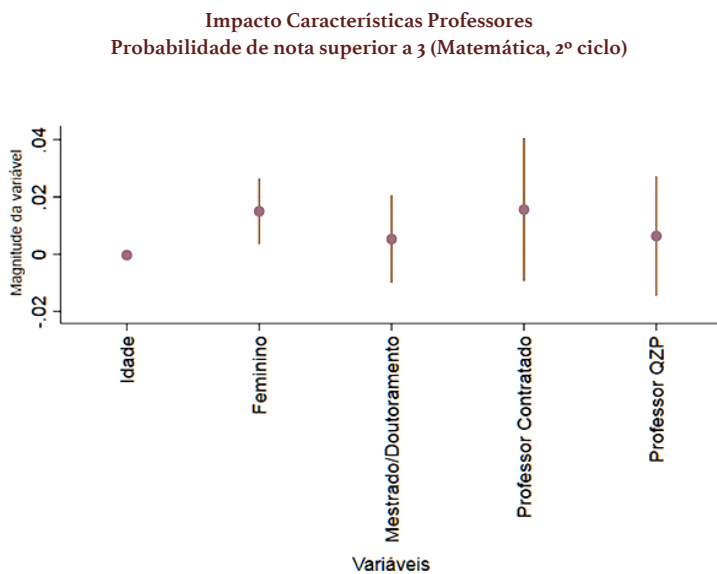
Na probabilidade de ter uma nota positiva a Matemática na prova final de 6º ano notamos um pequeno impacto positivo da variável feminino e pelo facto de ser um professor QZP vs ser um professor de quadro de escola no primeiro escalão.

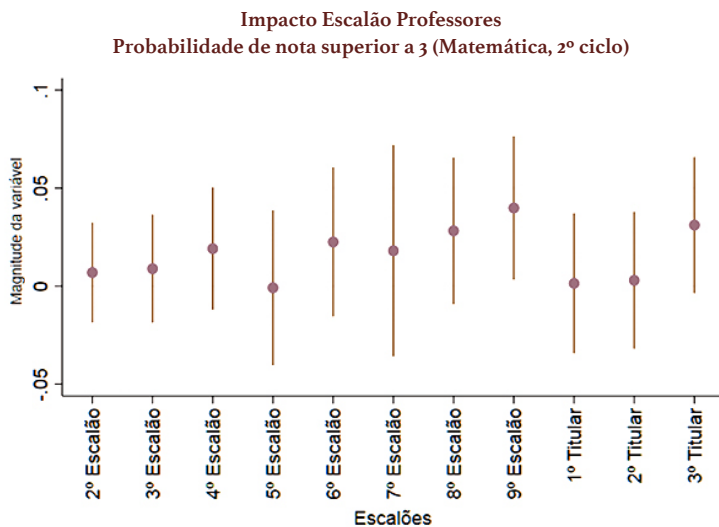
O escalão na carreira tem, em geral, um impacto não significativo.



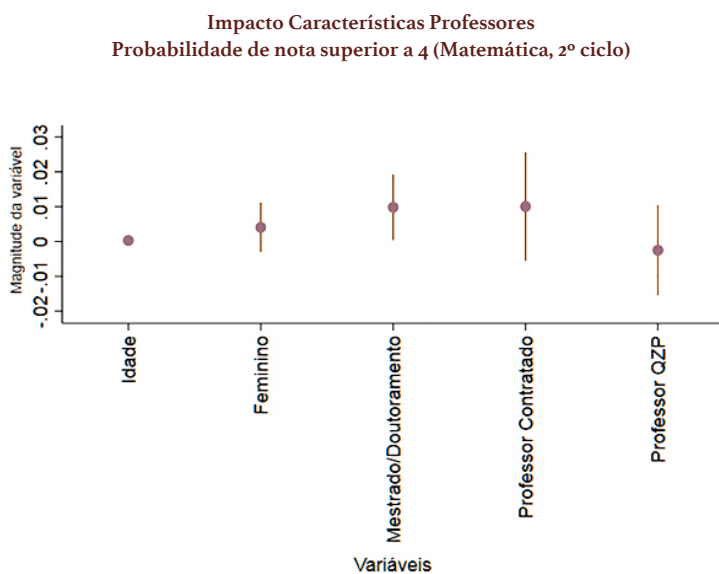


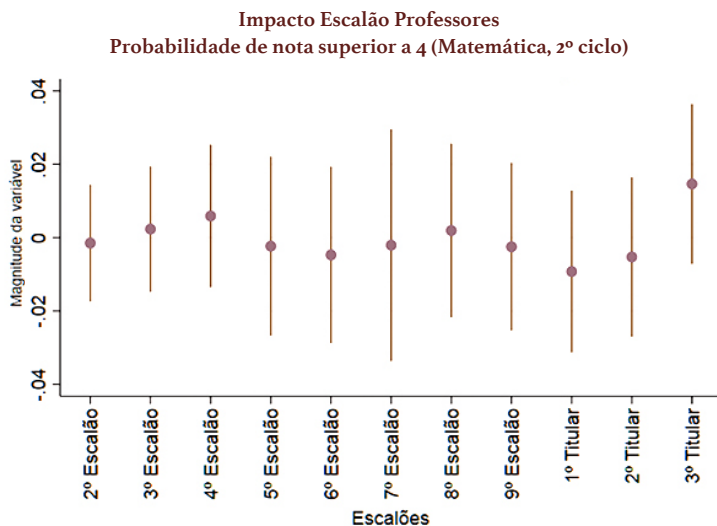
A generalidade das variáveis apresenta impactos não significativos ou com magnitudes muito pequenas.





Todas as variáveis apresentam impactos não significativos ou com magnitudes muito pequenas.

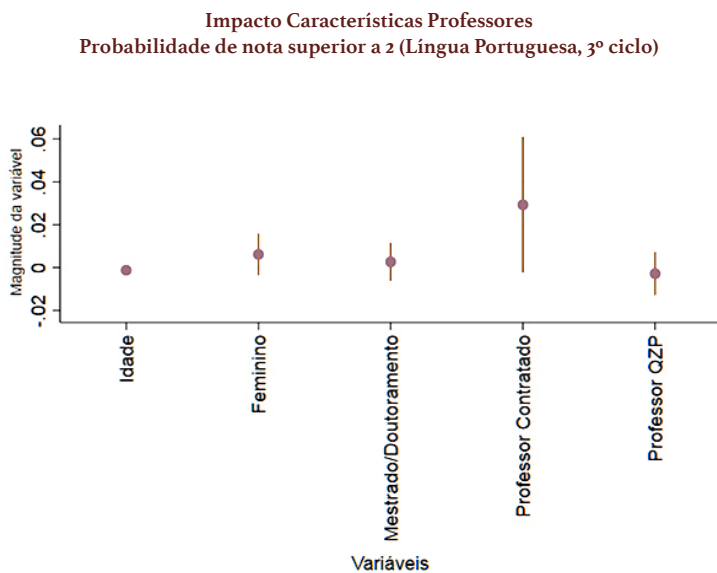


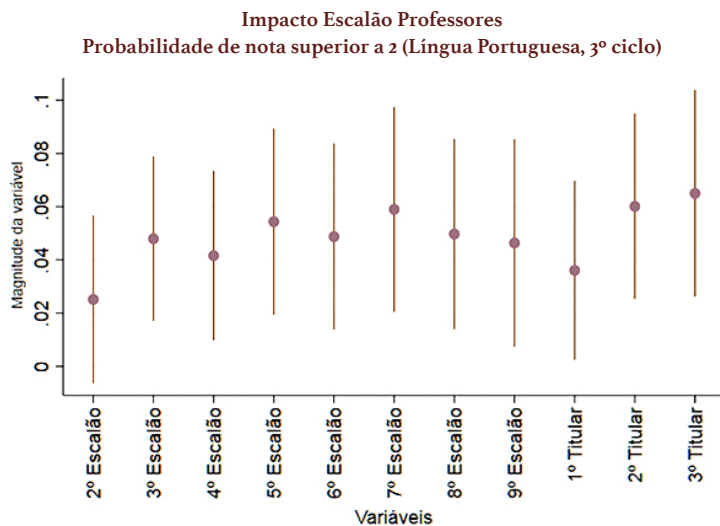


5.2.3 3º ciclo

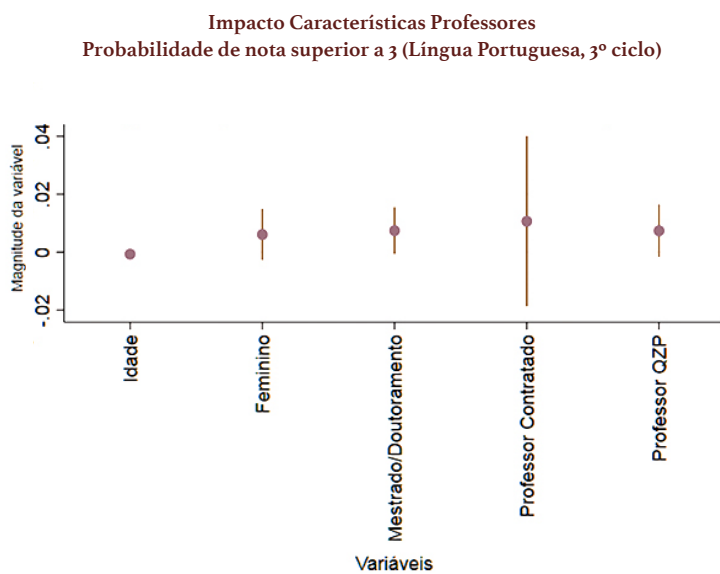
Ser professor contratado a termo tem um ligeiro impacto positivo em relação a professores efetivos no primeiro escalão na probabilidade de obter uma nota positiva em Língua Portuguesa na prova final de 9º ano.

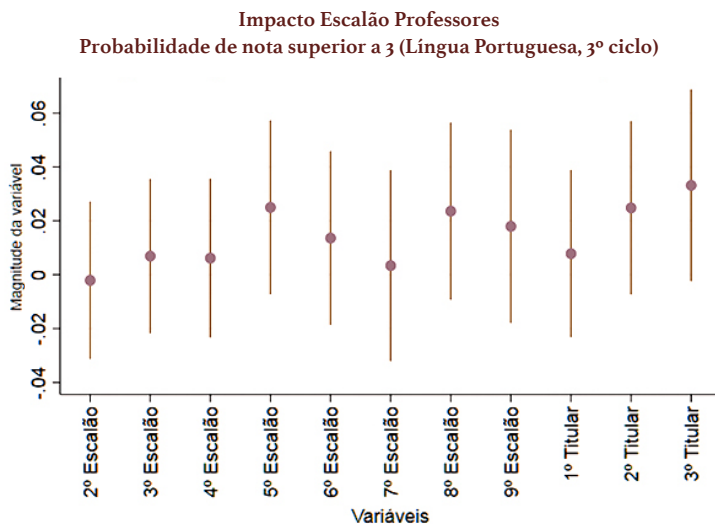
Os diferentes escalões não apresentam impactos substancialmente diferentes na distribuição do VAP.



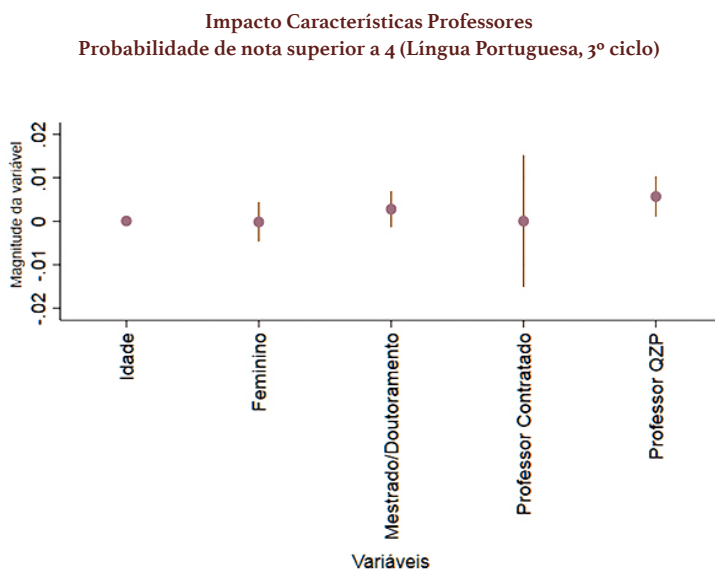


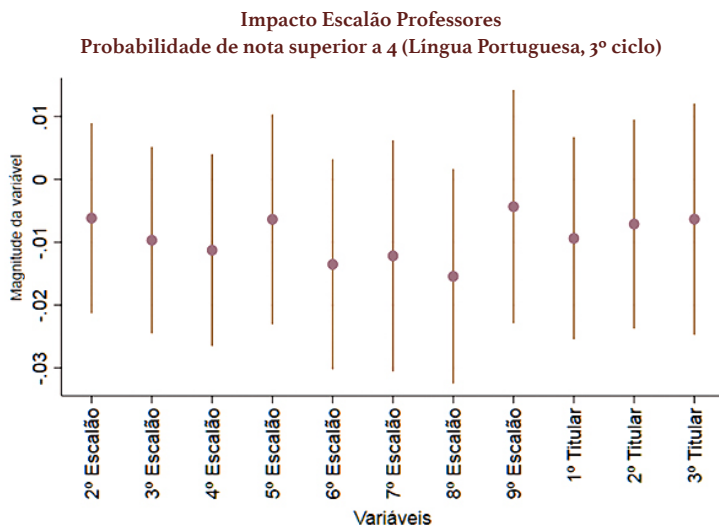
Todas as variáveis apresentam impactos não significativos ou com magnitudes muito pequenas na probabilidade dos alunos terem uma nota superior a 3 na prova final de 9º ano.



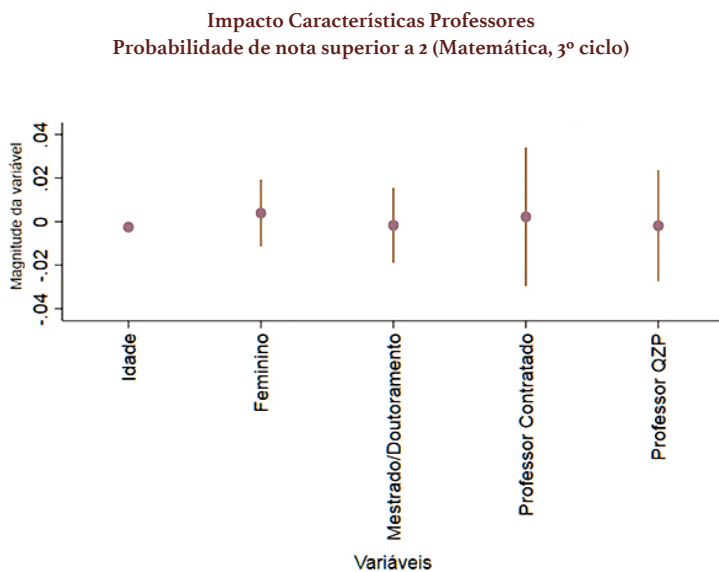


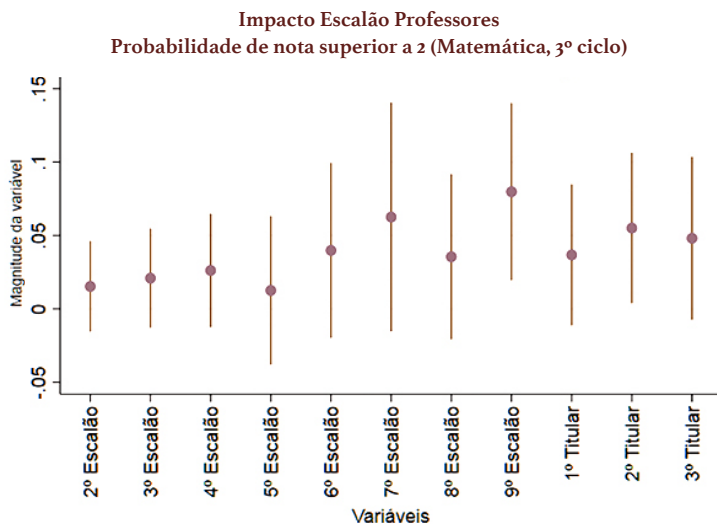
Nenhuma variável é significativa para explicar a distribuição do VAP quando estimamos a probabilidade de ter uma nota superior a 4 na prova final de 9º ano.





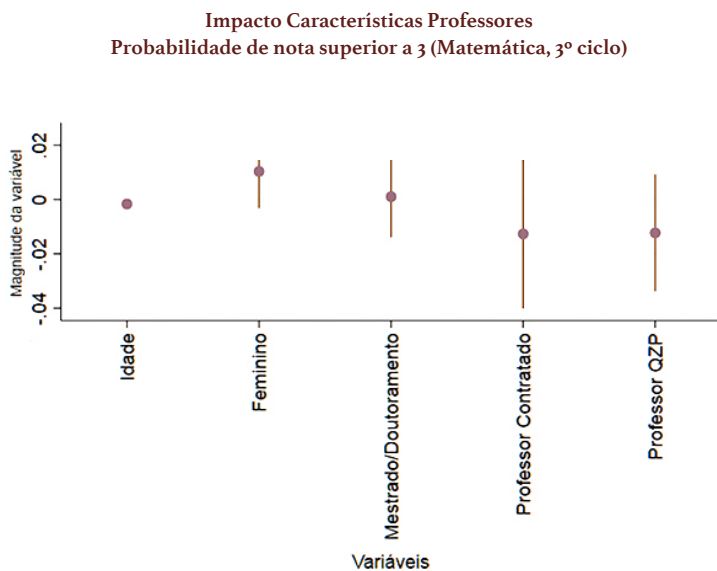
De todas as variáveis, apenas o facto do professor pertencer ao escalão 7º ou 9º tem impacto na distribuição do VAP quando estimamos a probabilidade de ter uma nota positiva na prova final de 9º ano.

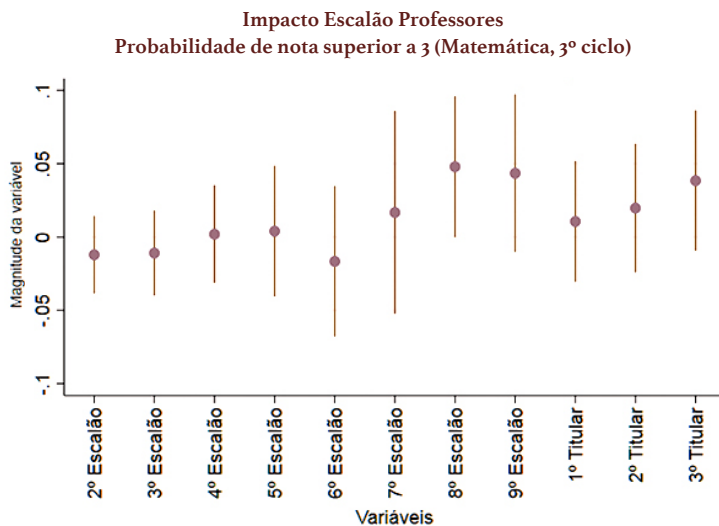




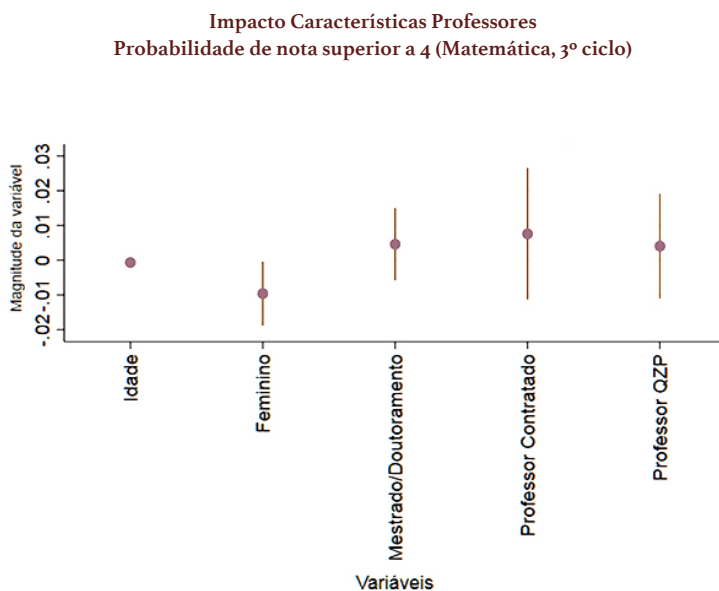
Nenhuma das características dos professores tem um impacto significativo na distribuição do VAP.

O impacto dos diferentes escalões ou não é estatisticamente significativo ou é semelhante entre si.

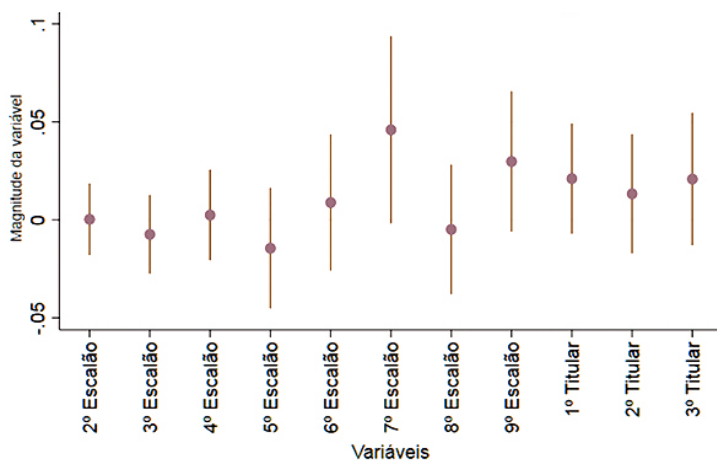




Todas as variáveis apresentam impactos não significativos ou com magnitudes muito pequenas na probabilidade dos alunos terem uma nota superior a 4 na prova final de Matemática de 9º ano.



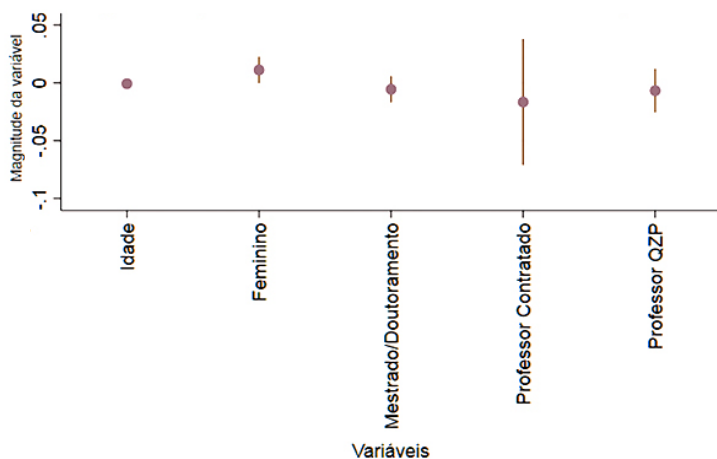
Impacto Escalão Professores Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, 3º ciclo)



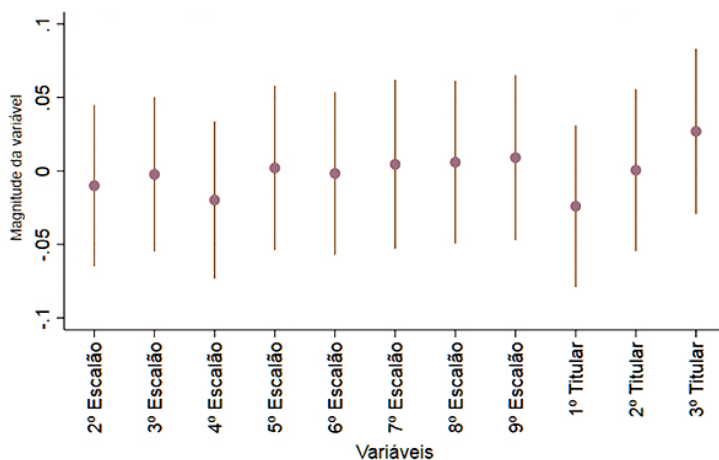
5.2.3 Ensino Secundário

Todas as variáveis apresentam impactos não significativos ou com magnitudes muito pequenas na probabilidade dos alunos terem uma nota superior a 2 na prova final de Língua Portuguesa no ensino secundário.

Impacto Características Professores Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, Secundário)

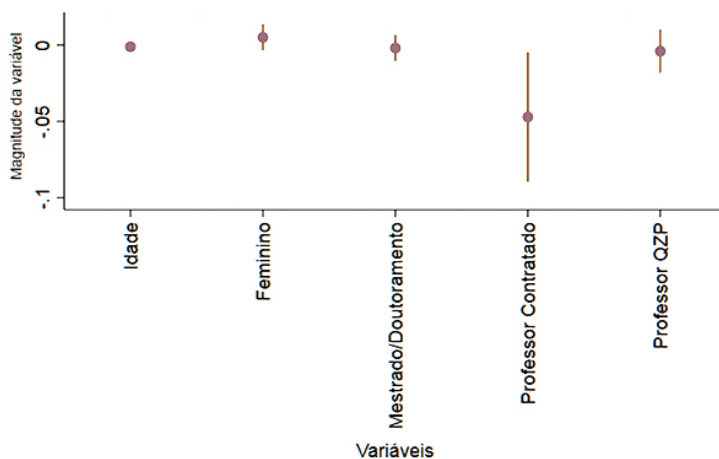


Impacto Escalão Professores Probabilidade de nota superior a 2 (Língua Portuguesa, Secundário)

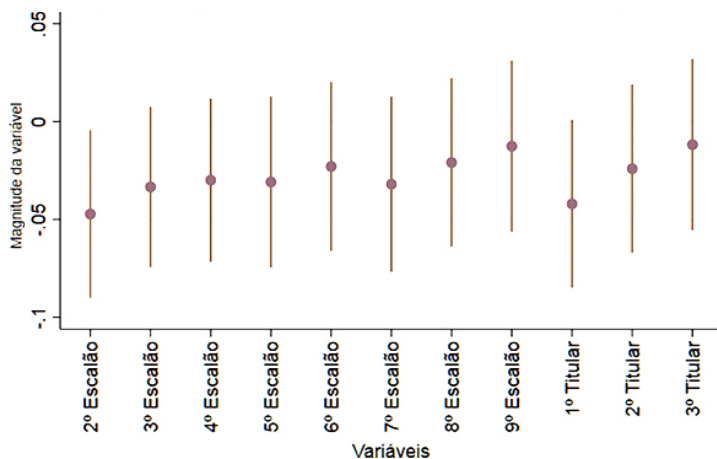


Ser um professor contratado a termo apresenta um impacto negativo em relação a professores de quadro de escola no 1º escalão. O impacto na distribuição do VAP dos diferentes escalões é semelhante.

Impacto Características Professores Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, Secundário)

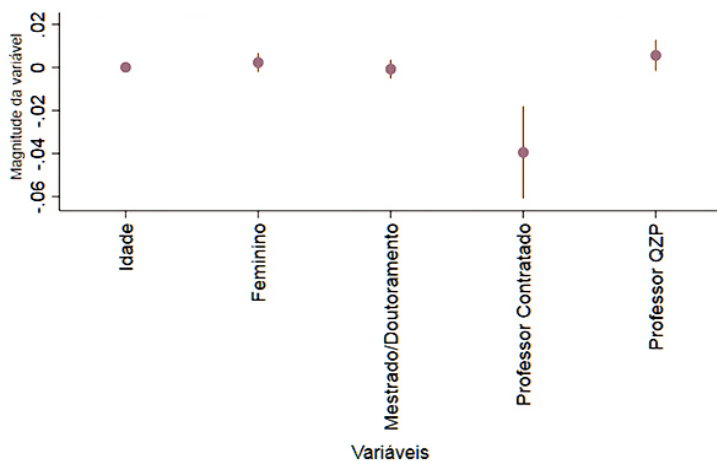


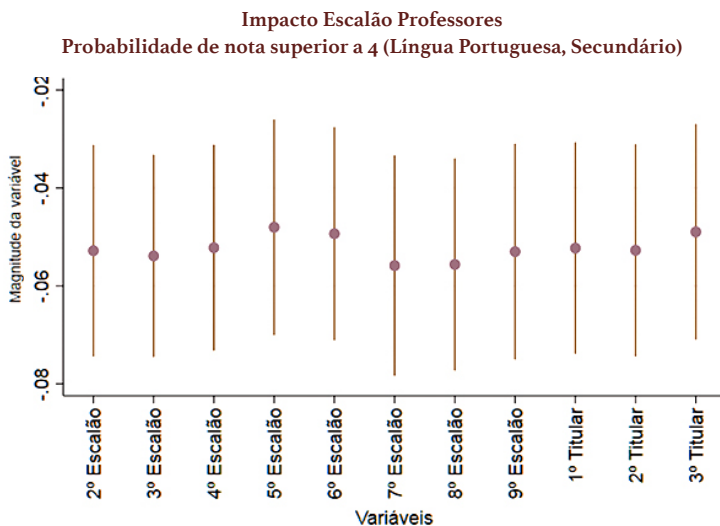
Impacto Escalão Professores Probabilidade de nota superior a 3 (Língua Portuguesa, Secundário)



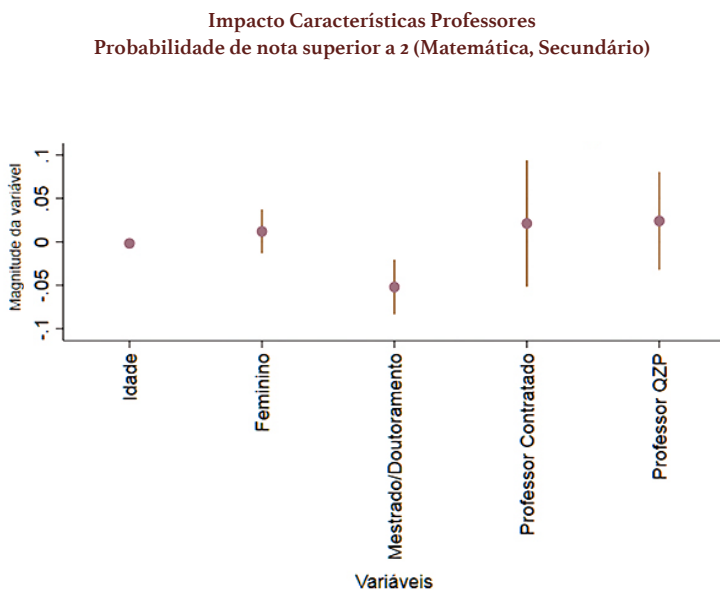
De novo, em relação a um professor de quadro de escola no primeiro escalão, o professor contratado a termo tem um impacto negativo adicional. Os professores em diferentes escalões têm impactos semelhantes nos resultados dos alunos.

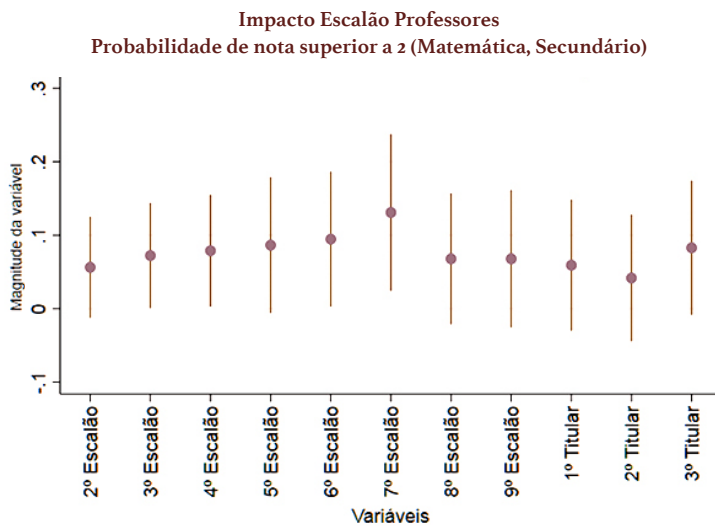
Impacto Características Professores Probabilidade de nota superior a 4 (Língua Portuguesa, Secundário)



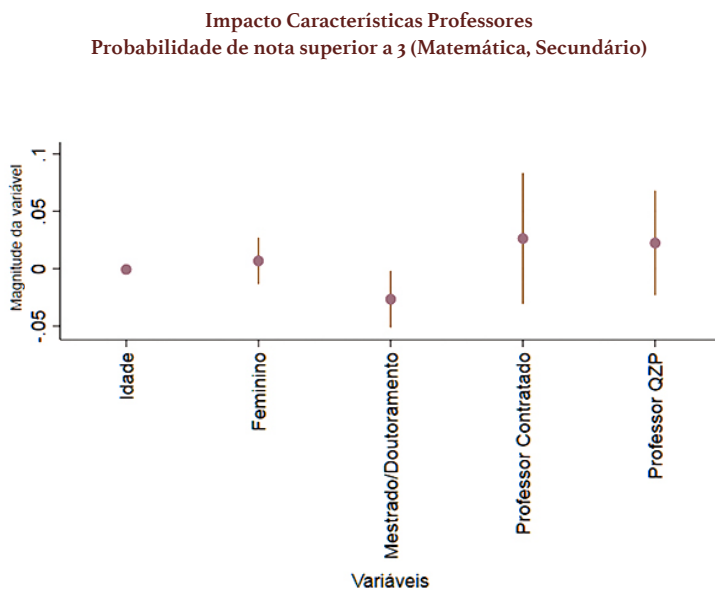


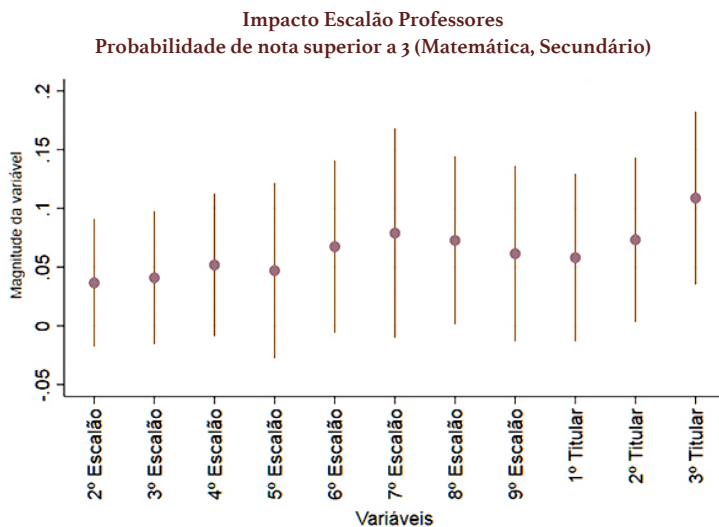
De novo, professores em diferentes escalões têm impactos semelhantes na distribuição do VAP.



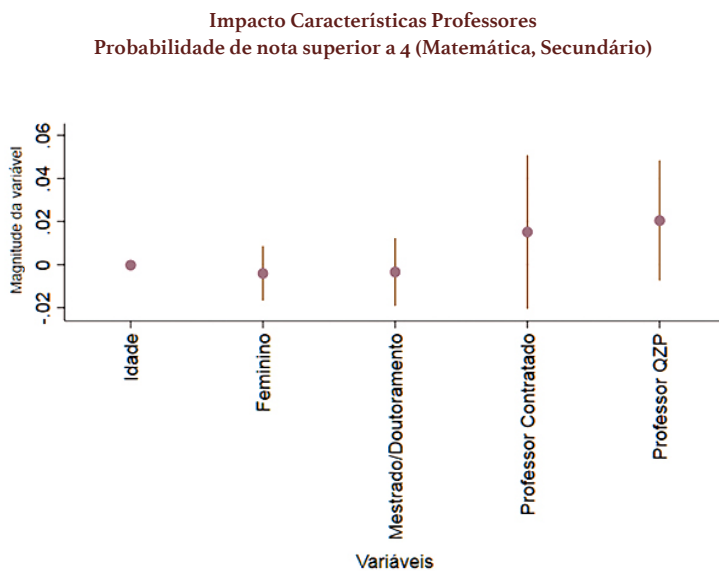


Na probabilidade de ter uma nota superior a 3, de novo para as variáveis reportadas, os impactos ou são muito baixos ou não são estatisticamente significativos.

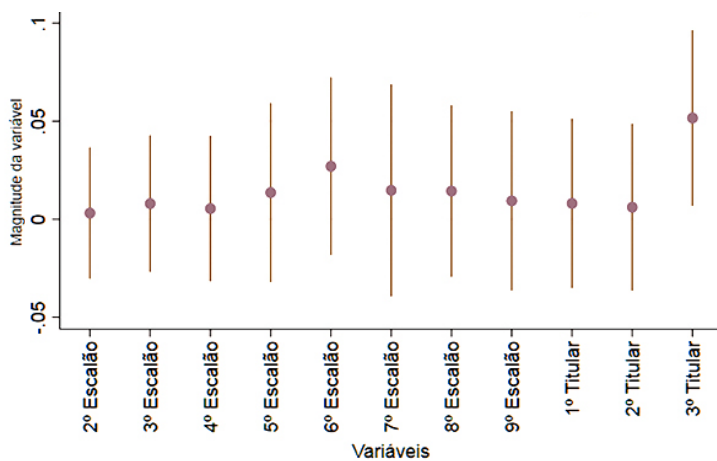




Para a probabilidade de ter uma nota superior a 4, de novo para as variáveis reportadas os impactos ou são muito baixos ou não são estatisticamente significativos.



Impacto Escalão Professores Probabilidade de nota superior a 4 (Matemática, Secundário)



6. IMPACTOS DE LONGO-PRAZO DO VALOR ACRESCENTADO DO PROFESSOR (2º CICLO, 3º CICLO E ENSINO SECUNDÁRIO)

Nesta secção medimos o quão persistente é o impacto do Valor Acrescentado da Combinação de Professores (VAC) nos ciclos de ensino subsequentes.

Para tal, utilizamos sempre a mesma medida do VAC nos dois ciclos considerados em cada estimação, ou seja, a probabilidade de ter uma nota superior a 2, ou superior a 3 ou superior a 4. Vamos analisar:

- Qual o impacto do VAC dos professores do 2º ciclo nos resultados dos alunos no 3º ciclo;
- Qual o impacto do VAC dos professores do 3º ciclo nos resultados dos alunos no ensino secundário.

Partindo da especificação em (1), estimamos a seguinte especificação:

$$Y_{F_{i,c,s,t}} = X_{i,c,s,t}\beta + Z_{s,t}\eta + VAC^{-1}\gamma + \pi_t + \mu_c + \varepsilon_{F_{i,c,s,t}} \quad (1)$$

$Y_{F_{i,c,s,t}}$ corresponde aos resultados dos alunos nas provas de aferição/exames no final do ciclo.

$X_{i,c,s,t}$ corresponde a um conjunto de características do aluno, $Z_{s,t}$ corresponde às mesmas características agregadas ao nível de escola, π_t absorve os efeitos que afetem especificamente cada coort (ex: diferenças na dificuldade da prova do exame); μ_c corresponde ao efeito fixo da combinação, ou seja, ao VAC.

VAC^{-1} corresponde ao Valor Acrescentado da Combinação dos Professores no ciclo anterior, e o coeficiente γ mede a respetiva persistência.

Esta análise exige a ligação dos alunos entre ciclos, o que não permite incluir todos os alunos das bases de dados originais, isto porque o número de anos letivos cobertos em cada ciclo não é o mesmo e também porque alguns alunos deixam de ser observados entre anos letivos.

Na tabela abaixo detalhamos o universo inicial e o resultado da ligação com os dados do ciclo anterior:

3º Ciclo do Ensino Básico		
	Matemática	Língua Portuguesa
Número de alunos – base original	313.809	313.953
Número de alunos ligados ao 2º ciclo	121.295	114.008
Secundário		
	Matemática	Língua Portuguesa
Número de alunos – base original	127.482	185.079
Número de alunos ligados ao 3º ciclo	25.418	35.686

Em Língua Portuguesa, o Impacto do Valor Acrescentado da Combinação de Professores do 2º nos resultados dos alunos no 3º ciclo é relativamente baixo:

- Cerca de 5 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 2;
- Cerca de 2 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 3;
- Cerca de 0 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 4.

Em Matemática, o Impacto do Valor Acrescentado da Combinação de Professores do 2º nos resultados dos alunos no 3º ciclo é relativamente baixo:

- Cerca de 3 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 2;
- Cerca de 2 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 3;
- Cerca de 2 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 4.

Em Língua Portuguesa, o Impacto do Valor Acrescentado da Combinação de Professores do 3º ciclo nos resultados dos alunos no Ensino Secundário é relativamente baixo:

- Cerca de 2 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 2;
- Cerca de 3 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 3;
- Cerca de 0 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 4.

Em Matemática, o Impacto do Valor Acrescentado da Combinação de Professores do 3º ciclo nos resultados dos alunos no Ensino Secundário é relativamente baixo:

- Cerca de 1 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 2;
- Cerca de 3 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 3;
- Cerca de 2 pontos percentuais na probabilidade de ter uma nota superior a 4.

Como é possível observar pelos resultados acima reportados, o impacto a longo prazo do Valor da Combinação de Professores é reduzido. Para ilustrar melhor a depreciação do Valor Acrescentado da Combinação de Professores, na tabela abaixo comparamos o impacto no ciclo respetivo com aquele no ciclo seguinte:

Impacto VAC do 2º ciclo no 3º Ciclo						
	Matemática			Língua Portuguesa		
	Nota maior que 2	Nota maior que 3	Nota maior que 4	Nota maior que 2	Nota maior que 3	Nota maior que 4
Impacto no 2º ciclo	14 p.p	12 p.p	6 p.p	10 p.p	12 p.p	5 p.p
Impacto no 3º ciclo	3 p.p	2 p.p	2 p.p	5 p.p	2 p.p	0 p.p
% Depreciação	80%	83%	67%	50%	83%	100%

Impacto VAC do 3º ciclo no Ensino Secundário						
	Matemática			Língua Portuguesa		
	Nota maior que 2	Nota maior que 3	Nota maior que 4	Nota maior que 2	Nota maior que 3	Nota maior que 4
Impacto no 3º ciclo	15 p.p	13 p.p	7 p.p	13 p.p	12 p.p	4 p.p
Impacto no Secundário	1 p.p	3 p.p	2 p.p	2 p.p	3 p.p	0 p.p
% Depreciação	93%	77%	71%	85%	75%	100%

Como podemos observar, a depreciação do VAC de um ciclo para o outro é bastante elevada, sendo no mínimo de 50%, chegando a ser completa (100%) no caso da probabilidade de ter uma nota superior a 4 em Língua Portuguesa.

7. CONCLUSÃO

As principais conclusões deste estudo são as seguintes:

- **Os principais resultados e as conclusões obtidas para os três ciclos de ensino estudados - 2º ciclo, 3º ciclo e ensino secundário - revelaram-se muito semelhantes em termos qualitativos.**
- Os resultados confirmam a **importância de diversas características dos alunos**, como o sexo, a formação dos pais, o nível de rendimento, a nacionalidade, entre outras, no desempenho escolar dos alunos.
- **É possível obter estimativas de Valor Acrescentado dos Professores** mesmo quando existem **exames/provas nacionais apenas no início e no final dum ciclo de ensino.**
- As estimativas obtidas para o Valor Acrescentado dos Professores permitem concluir que os **professores têm um impacto relevante nos resultados dos alunos.**
- Existe uma **heterogeneidade significativa do Valor Acrescentado do Professor** entre os professores de Língua Portuguesa e os professores de Matemática em cada um dos ciclos de ensino analisados (2º ciclo, 3º ciclo e secundário).
 - Por exemplo: no **3º ciclo, em Língua Portuguesa, se todos os professores passassem do percentil 10 para o percentil 90, isso faria com que a percentagem de alunos com nota negativa passasse de 48% para 10%. E a percentagem de alunos com a nota máxima de 5 valores passaria de 0% para 9%.**

Em termos do **impacto do Valor Acrescentado do Professor (VAP)** nos resultados dos alunos em cada um dos anos dum ciclo de ensino, concluímos que:

- Para um aluno obter uma **nota positiva, é mais importante o contributo do VAP no final de ciclo**, ou seja, no ano mais próximo da realização do exame/prova nacional.
- Para obter **notas mais altas**, o contributo dos professores nos diferentes anos do ciclo de ensino torna-se mais **equilibrado.**
 - Por exemplo: no **2º ciclo, em Matemática**, considerando o caso de um aluno com professores com valor acrescentado mediano no 5º e 6º anos, calculámos o **impacto de substituir um destes professores por outro com um valor acrescentado no percentil 90, ou seja, por um professor no top 10%.**

- A probabilidade de um aluno obter uma nota positiva aumenta **10 pontos percentuais** caso seja substituído o professor do 6º ano. Mas aumenta apenas **5 pontos percentuais** caso seja substituído o professor do 5º ano.
- A probabilidade de um aluno obter uma nota superior a 4 valores aumenta **3,4 pontos percentuais** caso seja substituído o professor do 6º ano. E aumenta **2,7 pontos percentuais** caso seja substituído o professor do 5º ano.

- Para um aluno ter uma nota positiva, o impacto de se ter um professor com um VAP abaixo da média num dos anos é **facilmente compensado** por se ter um professor com um VAP acima da média noutro ano do ciclo de ensino.

- Para obter notas mais altas, o impacto de se ter um professor com um VAP abaixo da média num dos anos é **mais dificilmente compensado** por se ter um professor acima da média noutro ano. Este resultado é especialmente relevante quando se consideram as notas de topo.

Também foi possível concluir que:

- A “**continuidade pedagógica**” (manter o mesmo professor nos vários anos do mesmo ciclo de ensino) **não tem impacto** nos resultados dos alunos.

- Os professores que **têm maior impacto no aumento da probabilidade de ter uma nota positiva não têm necessariamente maior impacto na probabilidade de obter uma nota mais alta;**

- As características dos professores disponíveis nos dados administrativos, como a posição na carreira, formação e tipo de contrato, **não estão correlacionadas de forma sistemática com o Valor Acrescentado do Professor.**

- O impacto do professor nos resultados dos alunos durante um ciclo de ensino **dilui-se fortemente** nos resultados desses alunos nos ciclos de ensino seguintes.

Os resultados e conclusões obtidos no nosso estudo são relevantes para o debate acerca da importância do professor no sistema de ensino e das políticas de recrutamento e alocação de professores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- M. Caridad Araujo, P. Carneiro, Y. Cruz-Aguayo, e N. Schady. *Teacher quality and learning outcomes in kindergarten*. The Quarterly Journal of Economics, 131 (3): 1415-1453, 2016.
- R. Chetty, J. Friedman, e J. Rockoff. *Measuring the impacts of teachers I: evaluating bias in teacher value-added estimates*. American Economic Review, 104(9):2593-2632, 2014a.
- R. Chetty, J. Friedman, e J. Rockoff. *Measuring the impacts of teachers II: teacher value-added and student outcomes in adulthood*. American Economic Review, 104(9): 2633-2679, 2014b.
- C. Cotfelter, H. Ladd, e J. Vigdor. *Teacher-student matching and the assessment of teacher effectiveness*. Journal of Human Resources, 41(4): 778-820, 2006.
- D. Goldhaber, e R. Theobald, *Managing the teacher workforce in austere times: implications of teachers layoffs*, CEDR Working Paper 2011-1.2, Seattle, Center for Education, Data & Research, 2011.
- L. Feng and T. Sass. *Teacher quality e teacher mobility*. Washington DC: National Center for Analysis of Longitudinal Data in Education Research CALDER Working Paper 57, 2011.
- E. Hanushek e S. Rivkin. *The distribution of teacher quality and implications for policy*. Annual review of Economics, 2012 (4): 131-157, 2012.
- E. Hanushek, S. Rivkin, e J. Schiman. *Dynamic effects of teacher turnover on the quality of instruction*. Economics of Education Review, 55: 132-148, 2016.
- H. Horvath. *Classroom assignment policies and implications for teacher value-added estimation*. 2015.
- G. Imbens. *Matching methods in practice: Three examples*. Journal of Human Resources, 50 (2):373-419, 2015.
- B. A Jacob, e L. Lefgren, *Can principals identify effective teachers? Evidence on subjective performance evaluation in education*. Journal of Labor Economics, 26: 101-36, 2008.
- B. A Jacob, e L. Lefgren e D. Sims. *The persistence of teacher induced learning*. Journal of Human Resources, 45: 915-43, 2010
- T. Kane e D. Staiger. *Estimating teacher impacts on student achievement: an experimental evaluation*. NBER Working paper, 14607, 2008.
- T. Kane, J. McCarey, R. Miller, e D. Staiger. *Have we identified effective teachers? Validating measures of effective teaching using random assignment*. MET Project: Bill and Melinda Gates Foundation, 2013.
- S. Rivkin, E. Hanushek, e J. Kain. *Teachers, schools, and academic achievement*. Econometrica, 73 (2):417-458, 2005.
- J. Rothstein. *Teacher quality in educational production: Tracking, decay, and student achievement*. Quarterly Journal of Economics, 125 (1):175-214, 2010.

APÊNDICE I

A estimação dos VAP, do parâmetro ρ , dos pesos dos professores (a , b e c) e as penalidades pela mudança de professores entre anos de ensino é feita através do **Método da Distância Mínima**.

Para tal, a função em (2) é transformada, aplicando uma função exponencial sobre o Valor Acrescentado da Combinação, μ_c , e sobre os VAP. Esta transformação é necessária porque os valores acrescentados estimados apresentam, por construção, valores positivos e negativos, o que não é compatível com a forma funcional da função de elasticidade de substituição constante:

$$[a \cdot \exp(VAP_7)^\rho + b \cdot \exp(VAP_8)^\rho + c \cdot \exp(VAP_9)^\rho]^{\frac{1}{\rho}} + \text{penalidade}_{78} + \text{penalidade}_{89} = \exp(\mu_c)$$

$$0 \leq a \leq 1; 0 \leq b \leq 1; 0 \leq c \leq 1$$

$$a + b + c = 1 \quad (\text{a1})$$

$$\text{penalidade}_{78} = 0 \text{ se } VAP_7 = VAP_8$$

$$\text{penalidade}_{89} = 0 \text{ se } VAP_8 = VAP_9$$

$$\rho \leq 1$$

A estimação através de Método da Distância Mínima, exige a definição de uma **Matriz de Pesos**, que determine o peso de cada combinação de professores para a estimação dos diferentes parâmetros.

Os Momentos que devem ter maior peso são aqueles que correspondem a uma maior densidade de alunos, ou seja às combinações de professores onde foram observados mais alunos, e como tal providenciam informação mais completa e precisa.

O Método de Distância Mínima pode assim ser dado pela seguinte equação:

$$\text{Min}_{\theta_j} Q(\theta_j) = g(\theta_j)' W_G g(\theta_j) \quad (\text{a2})$$

Onde θ_j é o conjunto de parâmetros para cada um dos j momentos e W_G é uma matriz diagonal cujos elementos são o número de alunos por combinação.

APÊNDICE 2

A estimação da variância dos parâmetros que resultam do Método de Distância Mínima segue o Método delta.

Para um determinado número de alunos, n , o Valor Acrescentado da Combinação, μ_c , segue a seguinte distribuição.

$$\sqrt{n} \mu_c \sim N(0, \Sigma) \quad (a3)$$

Onde Σ é a matriz de variância/covariância entre as diferentes combinações.

Tomando o problema de minimização em (a2), as condições de primeira ordem são dadas como:

$$\left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right]' W \mathbf{g}(\theta_j) = 0 \quad (a4)$$

Considerando a expansão de *Taylor* de primeira ordem em torno do θ_0 :

$$\mathbf{g}(\theta_j) = \mathbf{g}(\theta_0) + \left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right] (\theta_j - \theta_0) = 0 \quad (a5)$$

Substituindo (a5) em (a4) podemos assim concluir que:

$$\sqrt{n}(\theta_j - \theta_0) = \left(\left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right]' W \left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right] \right)^{-1} \left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right]' W \mathbf{g}(\theta_j) \quad (a6)$$

De onde se deriva que a distribuição assintótica dos parâmetros é uma distribuição normal:

$$\sqrt{n}(\theta_j - \theta_0) \rightarrow N \left(0, \left(\left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right]' W \left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right] \right)^{-1} \left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right]' W \Sigma \left(\left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right]' W \left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right] \right)^{-1} \left[\frac{d\mathbf{g}(\theta_j)}{d\theta_j} \right]' W \right)' \quad (a7)$$

A matriz de Variância/Covariância no nosso caso é tomada apenas como a matriz diagonal da variância, devido à grande dimensionalidade de Valores Acrescentados da combinação estimados.

Como derivado acima, o cálculo da variância pressupõe o cálculo das derivadas parciais dos momentos em relação aos diferentes parâmetros.

No caso do 2º ciclo, considerando o professor do 5º e 6º ano, estas derivadas são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dVAP_5} &= a(VAP_5)^{\rho-1} [a(VAP_5)^\rho + b(VAP_6)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{dVAP_6} &= b(VAP_6)^{\rho-1} [a(VAP_5)^\rho + b(VAP_6)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{da} &= \frac{1}{\rho} (VAP_5)^\rho [a(VAP_5)^\rho + b(VAP_6)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{db} &= \frac{1}{\rho} (VAP_6)^\rho [a(VAP_5)^\rho + b(VAP_6)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{d\rho} &= \frac{[a(VAP_5)^\rho + b(VAP_6)^\rho]^{\frac{1}{\rho}} (-[a(VAP_5)^\rho + b(VAP_6)^\rho])}{\rho^2} + \\ &\frac{\log(a(VAP_5)^\rho + b(VAP_6)^\rho) + a\rho(VAP_5)^\rho \log(VAP_5) + b\rho(VAP_6)^\rho \log(VAP_6)}{\rho^2} \end{aligned} \quad (a8)$$

No caso do 3º ciclo, as derivadas parciais em relação aos diferentes parâmetros são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dVAP_7} &= a(VAP_7)^{\rho-1} [a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{dVAP_8} &= b(VAP_8)^{\rho-1} [a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \quad (a9) \\ \frac{df}{dVAP_9} &= c(VAP_9)^{\rho-1} [a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{da} &= \frac{1}{\rho} (VAP_7)^\rho [a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{db} &= \frac{1}{\rho} (VAP_8)^\rho [a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{dc} &= \frac{1}{\rho} (VAP_9)^\rho [a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{df}{d\rho} &= \left(\frac{[a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho]^{\frac{1}{\rho-1}}}{\rho^2} \right) (-\log(a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho) \\ &\quad + \frac{\rho[a(VAP_7)^\rho \log(VAP_8) + b(VAP_8)^\rho \log(VAP_7) + c(VAP_8)^\rho \log(VAP_9)]}{a(VAP_7)^\rho + b(VAP_8)^\rho + c(VAP_9)^\rho}) \end{aligned}$$

De forma análoga, no caso do Ensino Secundário, as derivadas parciais em relação aos diferentes parâmetros são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dVAP_{10}} &= a(VAP_{10})^{\rho-1} [a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{dVAP_{11}} &= b(VAP_{11})^{\rho-1} [a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \quad (a10) \\ \frac{df}{dVAP_{12}} &= c(VAP_{12})^{\rho-1} [a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{da} &= \frac{1}{\rho} (VAP_{10})^\rho [a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{db} &= \frac{1}{\rho} (VAP_{11})^\rho [a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \\ \frac{df}{dc} &= \frac{1}{\rho} (VAP_{12})^\rho [a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{df}{d\rho} &= \left(\frac{[a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho]^{\frac{1}{\rho-1}}}{\rho^2} \right) (-\log(a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho) \\ &\quad + \frac{\rho[a(VAP_{10})^\rho \log(VAP_{11}) + b(VAP_{12})^\rho \log(VAP_{10}) + c(VAP_{11})^\rho \log(VAP_{12})]}{a(VAP_{10})^\rho + b(VAP_{11})^\rho + c(VAP_{12})^\rho}) \end{aligned}$$

APÊNDICE 3

O escalão em que os professores se encontram é aferido através do índice remuneratório mais alto reportado pelos professores de quadro de escola, num determinado ano letivo, seguindo a correspondência seguinte:

Índice	Antes de 2010	Depois de 2010
	Escalão	Escalão
167	1	1
188	2	2
205	3	3
218	4	4
235	5	5
245	Titular 1	6
272	-	7
299	Titular 2	8
340	Titular 3	9
370	-	10

